

حکومت پنجاب نے موجودہ تعلیمی سال کے لئے اس کتاب کو بطور  
فیکٹ پک نتیجہ کیا اور پنجاب کے تمام سکولوں میں تعمیم کیا۔

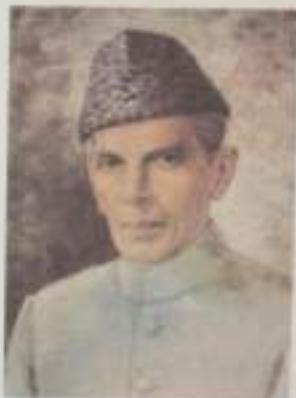


# ریاضی

بلاجے جا عتھ فتم



شیخ ایم طارق رفیق  
دواں القمریں انصاری



"تعلیم پا کتنے کے لیے زندگی اور حالت کا سلسلہ ہے۔ ذیغا اتنی تجزیٰ سے ترقی کر رہی ہے کہ تعلیم میدان میں مطلوب پہنچ رفت کے بغیر ہم نہ صرف اقوام عالم سے پہنچنے والے جائیں گے بلکہ ہو سکتا ہے کہ ہمارا نام و نشان ہی سے توہینتی سے مت چاٹے۔"

قائد اعظم محمد علی جناح بانیِ پاکستان  
(26 ستمبر 1947ء۔ کراچی)

## قومی ترانہ

پاک سر زمین شاد باد	کشور جسین شاد باد
تو بُشان عزِم عالی شان	ارض پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد	
پاک سر زمین کا نظامِ عوام	اخوت قوت
قومِ نلک سلطنت	پائندہ تائندہ باد
شاد باد منزلِ مراد	
پرچم ستارہ و ہلال	رہبر ترقی و کمال
ترجان ماضی شان حال	جان استقبال
سایہ خدائے ذوالجلال	

### عرض ناشر

یہ تحریک ایڈریکٹ میزبان پاکیسٹانی سے ۲۰۰۰ء کے تحت ہیں الاقوامی معیار پر تیار کی گئی ہے اور حکومت پنجاب کی اگر اس کتاب میں کوئی تصور و تاخت طلب ہو تو متن اور املا و غیرہ میں کوئی تغییر ہو تو اس کے ہمراہ یہ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ترجمہ: "شروعِ اللہ کے نام سے جو جزا امیریان نہیا رت رحم و الابے۔"

# ریاضی

جماعت ہفتم

۱۱-گلوبال لاهور

+92-42-37352492

سارے عرب

+92-42-37361291

بلجکستان

+92-42-37312248

توب

+92-42-4330390

اسکم انڈ

+92-42-4330390

پاکستان

+92-42-4330390

گوہر پبلیشورز



goharpublishers@gmail.com

www.goharpublishers.com

جملہ حقوق بحق گھر پبلیشرز محفوظ ہیں۔ یہ کتاب پنجاب کری کوم اتحاری سے جواہر نمبر: Maths - PCA / 12 / 121 تاریخ 27-11-2012 کے تحت منتشر شدہ ہے۔ اس کتاب کو حکومت پنجاب نے پنجاب کے تمام سرکاری مکاؤں کے لیے واحد خصائی کتاب کے طور پر اختیار اور تنقیم کیا ہے۔

## فہرست

صفحہ نمبر	عنوان	یونٹ
3	سیٹ	1
23	ناظم اعداد	2
41	کسور اعشاریہ	3
51	قوت نما	4
66	ثبت اعداد کا جذر	5
84	تغیر راست اور معکوس	6
97	مالی امور سے متعلق حساب	7
110	الجبری جملے	8
128	یک درجی مساواتیں	9
136	جیویٹری کے بنیادی تصورات	10
153	عملی جیویٹری	11
170	محیط، رقبہ اور جنم	12
189	محلوماتی معاملات	13
199	جوایات	★
212	فرہنگ	★

مصنفین: شیخ محمد طارق رفیق (M.Sc)

ڈیزائنر: محمد سعیدان رشید

(تیار کرو) ——————

ڈال قرئین انصاری (M.Sc)

زیر صداق

گھر پبلیشرز 11- آردو بازار لاہور۔

مطبع: قدرت اللہ پرنٹرز لاہور۔

تاریخ اشاعت	ایڈیشن	طباعت	تجداد اشاعت	قیمت
فوری 2019ء	اول	اول	68,000	93.00

## سیٹ

### تدریسی مقاصد

اس پوچھ کی تجھیل کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

سیٹ کو ان طریقوں سے لکھیں۔

► بیانی طریقہ

► اندراتی طریقہ

► ترقیم سیٹ ساز

دوستوں کے بیچ تفاہ اور فرق کی وضاحت کریں۔

معلوم کریں:

دو یادو سے زیادہ دیشوں کا بیچ نہیں

دو یادو سے زیادہ دیشوں کا تفاہ

غیر مشترک اور مترافق دیشوں کی تحریف کریں اور ان کو بیجا نہیں۔

یونورسل سیٹ اور سیٹ کے کمپنیت کی تحریف کریں۔

دیشوں کے بیچ تفاہ، تفاہ اور فرق اور کمپنیت سے مختلف مختلف خصوصیات کی وین ڈاگرام کی مدد سے وضاحت کریں۔ مثلاً

$\emptyset = A \cap A'$

وین ڈاگرام کے ذریعے دیشوں کو ظاہر کرے۔

دو دیشوں A اور B کا بیچ تفاہ، تفاہ اور فرق اور کمپنیت بذریعہ وین ڈاگرام معلوم کریں۔ جبکہ

$A \cap B = \emptyset$  سیٹ ہے A کا۔

$A \cup B = A$  اور  $B \cup A = B$  غیر مشترک سیٹ ہیں۔

ہماری روزمرہ زندگی میں لفظ سیٹ صرف چند مجموعوں کے لیے استعمال ہوتا ہے جیسا کہ وائرس، فلی سیٹ، صوف سیٹ، کتابوں کا سیٹ، رنگوں کا سیٹ، وغیرہ۔ مگر ریاضی میں یہ ایک وسیع المانی لفظ ہے کیونکہ یہ اس کی مختلف شاخوں کو اکٹھا کرنے کا راستہ فراہم کرتا ہے۔ یہ ریاضی کے بہت سے سادہ اور پیچیدہ مسائل کو حل کرنے میں بھی مدد دلتا ہے۔ مختصر ایم جو جدید تکمیم میں ایک اہم کربو ادا کرتا ہے۔ سیٹ کی دو گئی مثالوں پر غور کریں۔

A = کتنی کے اعداد کا سیٹ

B = پاکستان کے صوبوں کا سیٹ

C = جیونیٹری کے آلات کا سیٹ

”واش اشیا / اعداد کے اجتماع کو سیٹ کہتے ہیں۔ کسی سیٹ کی یا اشیا / اعداد اس کے ارکان کہلاتے ہیں۔“

”سیٹ تھیوری“ ریاضی کی وہ شاخ ہے جس میں سیٹ کے متعلق بات کی جاتی ہے۔ یہ جارج کینز کی تلقین ہے جو روپیں میں 3 مارچ 1845ء میں پیدا ہوا۔ 1873ء میں اس نے ایک آرٹیکل شائع کیا جس نے سیٹ تھیوری کے نظریے کو جنم دیا۔ جارج کینز کی وفات 6 جنوری 1918ء میں ہوئی۔



## 1.1.1 سیٹ کا انکھار

سیٹ کو تم طریقوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

(1) بیانی طریقہ      (2) اندرائی طریقہ      (3) ترجمہ سیٹ ماز

### (1) بیانی طریقہ

اگر کسی سیٹ کو اس کی خاصیت کے مطابق الفاظ میں لکھا جائے تو یہ سیٹ کو لکھنے کا بیانی طریقہ کہلاتا ہے۔ مثلاً

N = قدرتی اعداد کا سیٹ

Z = صحیح اعداد کا سیٹ

P = مفترد اعداد کا سیٹ

W = مکمل اعداد کا سیٹ

کیا آپ مانتے ہیں؟

قدرتی اعداد کے سیٹ اکمل اعداد کے سیٹ، صحیح اعداد کے سیٹ،

مفترد اعداد کے سیٹ اور مطابق اعداد کے سیٹ کو، ترتیب انکش

جنوں E, O, N, Z, W, S میں ظاہر کرتے ہیں۔

ایسے سُچی مینوں کا سیٹ جو حرف ”N“ سے شروع ہوتے ہیں =

### (2) اندرائی طریقہ

اگر کسی سیٹ کے تمام ارکان کو بریکنوں 11 کے اندر کوئے ”و“ کی مدد سے علیحدہ کر کے لکھا جائے تو اسے سیٹ کہنے کا اندرائی طریقہ کہتے ہیں۔ مثلاً

$$\begin{aligned} A &= \{a, e, i, o, u\} \\ M &= \{\text{ف}, \text{ب}, \text{ا}, \text{ک}, \text{ک}, \text{ر}\} \\ W &= \{0, 1, 2, 3, \dots\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \{3, 6, 9, \dots, 99\} \\ N &= \{1, 2, 3, 4, \dots\} \\ X &= \{a, b, c, \dots, z\} \end{aligned}$$

### (3) ترتیم سیٹ ساز

اگر کسی سیٹ کو اس کے تمام ارکان کی کسی مشترک خصوصیت کی بنا پر لکھا جائے تو اس طریقے کو ترتیم سیٹ ساز کہتے ہیں۔ کسی سیٹ کو ترتیم سیٹ ساز کے طریقے سے بھی لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً  $E = \{\pm 2, \pm 4, \dots\}$  جفت اعداد کا سیٹ یا بانی طریقے ہے جبکہ  $x = \{x | x \in N \wedge 1 < x < 5\}$  اس سیٹ کا اندرائی طریقہ ہے۔ اسی سیٹ کو ترتیم سیٹ ساز میں یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$E = \{x | x \text{ جفت عدد ہے}\}$$

اس کو تم یوں پڑھ سکتے ہیں کہ  $E$  تمام  $x$  کا سیٹ ہے جبکہ  $x$  ایک جفت عدد ہے۔

$$A = \{x | x \text{ سال کا شش مینہ ہے}\}$$

$$B = \{x | x \in N \wedge 1 < x < 5\}$$

$$C = \{x | x \in W \wedge x \leq 4\}$$

چند اہم علائم	
کا حصہ ہے	$\in$
اور	$\wedge$
یا	$\vee$
چھوٹا نامہ ہے	$\leq$

### 1.1 مشتق

-1 پیچہ دیے گئے سیٹوں کو اندازی طریقے میں لکھیے۔

- |  |  |
|--|--|
| (i) $A = \{a, e, i, o, u\}$              | (ii) $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$          |
| (iii) $C = \{s, p, r, i, n, g\}$         | (iv) $D = \{a, b, c, \dots, z\}$           |
| (v) $E = \{6, 7, 8, 9, 10\}$             | (vi) $F = \{0, \pm 1, \pm 2\}$             |
| (vii) $G = \{x   x \in N \wedge x < 3\}$ | (viii) $H = \{x   x \in N \wedge x > 99\}$ |

-2 پیچہ دیے گئے سیٹوں کو اندرائی طریقے میں لکھیے۔

- |  |
|--|
| (i) $A =$ لفظ "hockey" میں موجود انگلش حروف        |
| (ii) $B =$ قوس قزح کے درجگ                         |
| (iii) $C =$ 18 سے چھوٹے تمام اعداد 3 پر قابل تقسیم |
| (iv) $D =$ 30 سے چھوٹے 5 کے تمام اعماق             |
| (v) $E = \{x   x \in W \wedge x > 5\}$             |
| (vi) $F = \{x   x \in Z \wedge -7 < x < -1\}$      |

نچوپر گے سیٹوں کو ترقیمیت ساز میں لے جائے۔ -3

- |  |   |
|--|---|
| (i) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$                      | (ii) $B = \{2, 3, 5, 7\}$                 |
| (iii) $N =$ مدرجی اعداد کا سیٹ                   | (iv) $W =$ تکمیل اعداد کا سیٹ             |
| (v) $Z =$ صحیح اعداد کا سیٹ                      | (vi) $L = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$       |
| (vii) $E =$ 1 اور 10 کے درمیانی جنت اعداد کا سیٹ | (viii) $O =$ 15 سے پہلے طاقت اعداد کا سیٹ |
| (ix) $C =$ تمام ششی کے سیاروں کا سیٹ             | (x) $S =$ توں قریح کے رنگوں کا سیٹ        |

## 1.2 سیٹوں پر عوامل

### 1.2.1 دو سیٹوں کا یونین، تقاطع اور فرق

#### دوسیٹوں کا یونین

دو سیٹوں A اور B کا یونین ایک ایسا سیٹ ہوتا ہے جو سیٹ A یا ان دونوں سیٹوں کے تمام ارکان پر مشتمل ہو۔ سیٹوں کے یونین کے لیے عالمت  $\cup$  استعمال کی جاتی ہے۔  $A \cup B$  کو A بونین B پر ہماجا جاتا ہے۔

**مثال 1:** اگر  $A = \{a, b, c\}$  اور  $B = \{a, e, i, o\}$  **حل:**

$$A \cup B = \{a, e, i, o\} \cup \{a, b, c\} \\ = \{a, e, i, o, b, c\}$$

**مثال 2:** اگر  $M \cup N = \{1, 3, 5, 7\}$  اور  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  **حل:**

$$M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{1, 3, 5, 7\} \\ = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

#### دو سیٹوں کا تقاطع

دو سیٹوں A اور B کا تقاطع ایک ایسا سیٹ ہوتا ہے جو سیٹ A اور سیٹ B کے مشترک ارکان پر مشتمل ہو جائے۔ سیٹوں کے تقاطع کے لیے عالمت  $\cap$  استعمال کی جاتی ہے۔  $A \cap B$  کو A بونین B پر ہماجا جاتا ہے۔

**مثال 3:** اگر  $A \cap B = \{a, b, c, d, e\}$  اور  $A = \{a, e, i, o, u\}$  **حل:**

$$A \cap B = \{a, e, i, o, u\} \cap \{a, b, c, d, e\} = \{a, e\}$$

**مثال 4:** اگر  $\{2, 4, 6, 8\}$  اور  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  معلوم کیجیے۔

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4\}$$

### دو سیٹوں کا فرق

فرض کریں A اور B کوئی سے دو سیٹ ہیں تو A بھی B سے مراد ایسا سیٹ ہے جو سیٹ A کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہو جو سیٹ B کے ارکان نہیں ہیں اسے  $B - A$  یا  $A - B$  لکھا جاتا ہے۔

ایسا طرح B بھی A سے مراد ایسا سیٹ ہے جو سیٹ B کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہو جو سیٹ A کے ارکان نہیں ہیں اسے  $A - B$  لکھتے ہیں۔

**مثال 5:** اگر  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  اور  $A = \{1, 3, 6\}$  معلوم کیجیے۔

$$(i) A - B$$

$$(ii) B - A$$

حل:

$$A = \{1, 3, 6\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$(i) A - B = \{1, 3, 6\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ = \{6\}$$

$$(ii) B - A = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 3, 6\} \\ = \{2, 4, 5\}$$

### 1.2.2 دو یا دو سے زیاد سیٹوں کا یو نین اور تقاطع

ہم دو سیٹوں کا یو نین اور تقاطع معلوم کرنے کا طریقہ سمجھ کرے ہیں۔ اب ہم تین سیٹوں کا یو نین اور تقاطع معلوم کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

#### تین سیٹوں کا یو نین

تین سیٹوں کا یو نین خیچ دیے گئے اقدام عمل سے معلوم کیا جاتا ہے۔

**عمل 1:** کوئی سے دو سیٹوں کا یو نین معلوم کریں۔

**عمل 2:** پہلے مرحلے کے یو نین سیٹ کا تیر سے سیٹ کے ساتھ یو نین معلوم کریں۔

تین سیٹوں A, B, C کا یو نین ہم یوں معلوم کر سکتے ہیں۔

$$(i) A \cup (B \cup C)$$

$$(ii) (A \cup B) \cup C$$

آئیے اس طریقے کو ہم مثالوں سے واضح کر جئے ہیں۔ ہی آئی مثالوں پر غور کریں۔

**مثال 6:**  $A \cup (B \cup C)$  معلوم کیجیے جبکہ  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $C = \{6, 7, 8, 9, 10\}$  ہے۔

$$\begin{aligned} A \cup (B \cup C) &= \{1, 2, 3, 4\} \cup (\{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cup \{6, 7, 8, 9, 10\}) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \end{aligned}$$

**مثال 7:**  $(A \cup B) \cup C$  معلوم کیجیے جبکہ  $A = \{1, 3, 7\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 6\}$  اور  $A \cup B$  معلوم ہے۔

$$\begin{aligned} (A \cup B) \cup C &= (\{1, 3, 7\} \cup \{3, 4, 5\}) \cup \{1, 2, 3, 6\} \\ &= \{1, 3, 4, 5, 7\} \cup \{1, 2, 3, 6\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \end{aligned}$$

تمنیں سیٹوں کا تقاطع

تمنیں سیٹوں کا تقاطع معلوم کرنے کے لیے پہلے دو سیٹوں کا تقاطع معلوم کرتے ہیں۔ پھر ان کے تقاطع کا تحریر سے سیٹ کے ساتھ تقاطع معلوم کرتے ہیں۔

$$(i) \quad A \cap (B \cap C) \qquad (ii) \quad (A \cap B) \cap C$$

**مثال 8:**  $A \cap (B \cap C)$  معلوم کیجیے جبکہ  $C = \{c, e, f, g\}$ ,  $B = \{c, d, e\}$ ,  $A = \{a, b, c, d\}$  ہے۔

$$\begin{aligned} A \cap (B \cap C) &= \{a, b, c, d\} \cap (\{c, d, e\} \cap \{c, e, f, g\}) \\ &= \{a, b, c, d\} \cap \{c, e\} \\ &= \{c\} \end{aligned}$$

**مثال 9:**  $(A \cap B) \cap C$  معلوم کیجیے جبکہ  $C = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  ہے۔

$$\begin{aligned} (A \cap B) \cap C &= (\{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 3, 4, 5\}) \cap \{1, 2\} \\ &= \{2, 3, 4\} \cap \{1, 2\} \\ &= \{2\} \end{aligned}$$

## مشتمل 1.2

درج ذیل سیٹوں کا یونین معلوم کیجیے۔

- (i)  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$
- (ii)  $S = \{a, b, c\}$ ,  $T = \{c, d, e\}$

- (iii)  $X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $Y = \{1, 5, 10\}$   
 (iv)  $C = \{i, o, u\}$ ,  $D = \{a, e, o\}$ ,  $E = \{i, e, u\}$   
 (v)  $L = \{3, 6, 9, 12\}$ ,  $M = \{6, 12, 18, 24\}$ ,  $N = \{4, 8, 12, 16\}$

-2 مرنے والے سیٹوں کا تقاطع معلوم کیجئے۔

- (i)  $P = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $Q = \{-3, -2, -1, 0\}$   
 (ii)  $M = \{1, 2, \dots, 10\}$ ,  $N = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 (iii)  $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ ,  $B = \{5, 10, 15, 20\}$   
 (iv)  $U = \{-1, -2, -3\}$ ,  $V = \{1, 2, 3\}$ ,  $W = \{0, \pm 1, \pm 2\}$   
 (v)  $X = \{a, l, m\}$ ,  $Y = \{i, s, l, a, m\}$ ,  $Z = \{l, i, o, n\}$

-3 اگر قدرتی اعداد کا سیٹ =  $N$  اور مکمل اعداد کا سیٹ =  $W$  ہو تو  $N \cup W$  اور  $N \cap W$  معلوم کیجئے۔

-4 اگر مفرد اعداد کا سیٹ =  $P$  اور مرکب اعداد کا سیٹ =  $P \cup C$  ہو تو  $P \cap C$  اور  $P \cap C$  معلوم کیجئے۔

-5 اگر  $C = \{c, f, g, h\}$  اور  $B = \{b, c, f, g\}$ ,  $A = \{a, c, d, f\}$  ہو تو  $C$  معلوم کیجئے۔

$$(i) A \cup (B \cup C) \quad (ii) A \cap (B \cap C)$$

-6 اگر  $Z = \{2, 3, 5, 7, 11\}$  اور  $Y = \{2, 4, 6, 8, 12\}$ ,  $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  ہو تو معلوم کیجئے۔

$$(i) X \cup (Y \cup Z) \quad (ii) X \cap (Y \cap Z)$$

-7 اگر  $T = \{1, 2, 3, 4\}$  اور  $S = \{0, 2, 4\}$ ,  $R = \{0, 1, 2, 3\}$  ہو تو  $T$  معلوم کیجئے۔

$$(i) R \setminus S \quad (ii) T \setminus S \quad (iii) R \setminus T \quad (iv) S \setminus R$$

### 1.2.3 غیر مشترک اور متراب کب سیٹ

#### غیر مشترک سیٹ

اگر  $A$  اور  $B$  کوئی سے دو ایسے سیٹ ہوں جن میں کوئی بھی زکن مشترک نہ ہو تو ایسے سیٹ غیر مشترک سیٹ کہلاتے ہیں۔ وہرے لفظوں میں ان کا تقاطع ایک خالی سیٹ ہو۔ یعنی  $A \cap B = \emptyset$ ۔ مثال کے طور پر  $A = \{1, 2, 3\}$  اور  $B = \{4, 5, 6\}$  غیر مشترک سیٹ ہیں کیونکہ  $A$  اور  $B$  میں کوئی زکن مشترک نہیں ہے۔

#### متراب سیٹ

کوئی سے دو سیٹ  $A$  اور  $B$  متراب کب سیٹ ہوں گے اگر ان دونوں سیٹوں میں کم از کم ایک زکن مشترک ہو اور ان میں سے کوئی بھی ایک وہرے کا تجتی سیٹ نہ ہو۔ وہرے لفظوں میں ان کا تقاطع ایک غیر خالی سیٹ ہوتا ہے۔ مثلاً  $A = \{0, 5, 10\}$  اور  $B = \{1, 3, 5, 7\}$  متراب سیٹ ہیں کیونکہ سیٹ  $A$  اور  $B$  میں 5 ایک مشترک زکن ہے۔

## 1.2.4 یونورسل سیٹ اور سیٹ کا کمپنیت

### یونورسل سیٹ

ایسا سیٹ جو زیر خود سیٹوں کے تمام ارکان پر مشتمل ہو، یونورسل سیٹ کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر کمپنی کے اعداد کے یونورسل سیٹ سے مراد وہ تمام ممکن اعداد کا سیٹ جو کمپنی کے لیے استعمال ہوتے ہیں۔ اس طرح کے سیٹوں کو ہم عامت U سے ظاہر کرتے ہیں اور ان کو یونورسل سیٹ پرستے ہیں۔

$$= \{1, 2, 3, 4, \dots\} = \text{کمپنی کے اعداد کا یونورسل سیٹ}$$

### سیٹ کا کمپنیت

فرض کریں کہ کسی سیٹ B کا یونورسل سیٹ U ہے تو اس کا فرق سیٹ  $B' = U - B$  سیٹ B کا کمپنیت کہلاتا ہے۔ جس کو  $B'$  یا  $U - B$  سے ظاہر کرتے ہیں اور B کمپنیت پرستے ہیں۔ سیٹ B کے کمپنیت کی تحریف کچھ یوں کی جائیں گے کہ B کمپنیت ایسا سیٹ ہے جو یونورسل سیٹ کے ان ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو سیٹ B کے ارکان نہیں ہوتے ہیں۔

$$B' = U - B$$

**مثال 1:** اگر  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  اور  $B = \{1, 3, 7, 9\}$  تو  $B'$  معلوم کیجیے۔

حل:

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, B = \{1, 3, 7, 9\}$$

$$B' = U - B$$

$$= \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{1, 3, 7, 9\}$$

$$= \{2, 4, 5, 6, 8, 10\}$$

### مشق 1.3

دیے گئے سیٹوں کے جزوں میں سے غیر مشترک اور مترافق سیٹ عینہ کر کے لکھیے۔

$$(i) A = \{a, b, c, d, e\} \quad B = \{d, e, f, g, h\}$$

$$(ii) L = \{2, 4, 6, 8, 10\} \quad M = \{3, 6, 9, 12\}$$

$$(iii) P = \text{مفترض اعداد کا سیٹ} \quad C = \text{مرکب اعداد کا سیٹ}$$

$$(iv) E = \text{ذخیر اعداد کا سیٹ} \quad O = \text{ظاہر اعداد کا سیٹ}$$

$C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  اگر  
اور  $D = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  ہو تو معلوم کیجیے۔

$$(i) A$$

$$(ii) B'$$

$$(iii) C'$$

$$(iv) D'$$

اگر  $Z = \{a, g, h\}$  اور  $Y = \{a, e, i\}$  اور  $X = \{a, c, e, g, i\}$  اور  $U = \{a, b, c, \dots, i\}$  ہو تو مجموعہ معلوم کیجیے۔

(i)  $X'$

(ii)  $Y'$

(iii)  $Z'$

(iv)  $U'$

اگر  $B = \{2, 4, 6, \dots, 20\}$  اور  $A = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$  اور  $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  ہو تو ثابت کیجیے۔

(i)  $B' = A$

(ii)  $A' = B$

(iii)  $A \setminus B = A$

(iv)  $B \setminus A = B$

اگر صحیح اعداد کا سیٹ = U اور مکمل اعداد کا سیٹ = W ہو تو سیٹ W کا کمینہت معلوم کیجیے۔

اگر قدرتی اعداد کا سیٹ = U اور مضاد اعداد کا سیٹ = P ہو تو سیٹ P کا کمینہت معلوم کیجیے۔

## 1.2.5 سیٹوں کے عوامل کے خواص

ہم سیٹوں کے چار عوامل بھی یوں ہیں، تقاطع، فرق اور کمینہت کے ہارے میں سیکھے چکے ہیں۔ اب ہم ان کے خواص زیر بحث لاتے ہیں۔

### سیٹوں کے یوں ہیں کے خواص

#### • خاصیت مبارکہ

اگر  $A$  اور  $B$  کوئی سے دو سیٹ ہوں تو

$$A \cup B = B \cup A$$

ان سیٹوں کے یوں ہیں کی خاصیت مبارکہ کہلاتی ہے۔

**مثال 1:** اگر  $B = \{2, 4, 6\}$  اور  $A = \{1, 2, 3\}$  ہو تو ثابت کیجیے۔

$$A \cup B = B \cup A$$

حل:

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{1, 2, 3\} \cup \{2, 4, 6\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B \cup A &= \{2, 4, 6\} \cup \{1, 2, 3\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 6\} \end{aligned}$$

متدرج بالا سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ  $A \cup B = B \cup A$

#### • خاصیت تلازم

اگر  $A$  اور  $B$  اور  $C$  کوئی سے تین سیٹ ہوں تو

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

ان سیٹوں کے یوں ہیں کی خاصیت تلازم کہلاتی ہے۔

مثال 2: اگر  $C = \{2, 4, 6, 8\}$  اور  $B = \{1, 3, 5, 7\}$  اور  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  تو اب کچھ کہاں جاتے ہیں کہ

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

حل:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$\text{L.H.S} = A \cup (B \cup C)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup (\{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6, 8\})$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\text{R.H.S} = (A \cup B) \cup C$$

$$= (\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{1, 3, 5, 7\}) \cup \{2, 4, 6, 8\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

ہم غور کر سکتے ہیں کہ

### یو نہیں سے متعلق ذاتی عضو کی خاصیت

سیٹوں کے یو نہیں کا ذاتی عضو خالی میٹ  $\phi$  ہوتا ہے یعنی  $A \cup \phi = A$

مثال 3: اگر  $C = \{a, e, i, o, u\}$  تو اب کہاں جاتے ہیں کہ

$$A \cup \phi = A$$

$$\text{L.H.S} = A \cup \phi$$

$$= \{a, e, i, o, u\} \cup \{\}$$

$$= \{a, e, i, o, u\} = A = \text{R.H.S}$$

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

پس ہابت ہوا کہ

### سیٹوں کے تقاطع کے خواص

خاصیت میادا لہ

اگر  $A$  اور  $B$  کوئی سے دوست ہوں تو

$$A \cap B = B \cap A$$

ان سیٹوں کے تقاطع کی خاصیت میادا لکھلاتی ہے۔

**مثال 4:** اگر  $A \cap B = B \cap A$  کہے جاتے ہوں تو بیان کیجئے کہ  $B = \{a, c, e, g\}$  اور  $A = \{a, b, c, d\}$

: حل

$$\begin{array}{l|l} A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{a, c, e, g\} & B \cap A = \{a, c, e, g\} \cap \{a, b, c, d\} \\ = \{a, c\} & = \{a, c\} \end{array}$$

مندرجہ بالا سے یہ بات ہوتا ہے کہ

**مثال 5:** اگر  $A \cap B = B \cap A$  کہے جاتے ہوں تو بیان کیجئے کہ  $B = \{4, 5, 6\}$  اور  $A = \{1, 2, 3\}$

: حل

$$\begin{array}{l|l} A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{4, 5, 6\} & B \cap A = \{4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 3\} \\ = \{\} & = \{\} \end{array}$$

مندرجہ بالا سے یہ بات ہوتا ہے کہ

خاصیت علازم

اگر  $A$ ,  $B$  اور  $C$  کوئی سے تین سیٹ ہوں تو

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

ان سیٹوں کے تقاطع کی خاصیت علازم کہلاتی ہے۔

**مثال 6:** اگر  $C = \{2, 4, 5, 7\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ ,  $A = \{1, 2, 5, 8\}$  کہے جاتے ہوں تو

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

: حل

$$A = \{1, 2, 5, 8\}, B = \{2, 4, 6\}, C = \{2, 4, 5, 7\}$$

$$L.H.S = A \cap (B \cap C)$$

$$\begin{aligned} &= \{1, 2, 5, 8\} \cap (\{2, 4, 6\} \cap \{2, 4, 5, 7\}) \\ &= \{1, 2, 5, 8\} \cap \{2, 4\} = \{2\} \end{aligned}$$

$$R.H.S = (A \cap B) \cap C$$

$$\begin{aligned} &= ((1, 2, 5, 8) \cap \{2, 4, 6\}) \cap \{2, 4, 5, 7\} \\ &= \{2\} \cap \{2, 4, 5, 7\} = \{2\} \end{aligned}$$

$$L.H.S = R.H.S$$

لہجہ میں ہوا کر

## تعالیع سے متعلق ذاتی خصوصیت

سیٹوں کے تعالیع کا ذاتی خصیروں تکمیل ہیت  $A \cap U = A$  ہوتا ہے ایسی  
مثال 7: اگر  $A = \{a, e, i, o, u\}$  اور  $U = \{a, b, c, \dots, z\}$  تو اسے بیان کر  
حل:

$$U = \{a, b, c, \dots, z\}, A = \{a, e, i, o, u\}$$

$$\begin{aligned} L.H.S &= A \cap U \\ &= \{a, e, i, o, u\} \cap \{a, b, c, \dots, z\} \\ &= \{a, e, i, o, u\} = A = R.H.S \end{aligned}$$

$$L.H.S = R.H.S$$

پس ثابت ہوا کہ

## سیٹوں کے فرق کے خواص

اگر  $A$  اور  $B$  دو غیر مساوی سیٹ ہوں تو

مثال کے طور پر اگر  $B = \{1, 2, 3\}$  اور  $A = \{0, 1, 2\}$

$$\begin{aligned} A - B &= \{0, 1, 2\} - \{1, 2, 3\} \\ &= \{0\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B - A &= \{1, 2, 3\} - \{0, 1, 2\} \\ &= \{3\} \end{aligned}$$

$A - B \neq B - A$  ہم دیکھ سکتے ہیں کہ

## سیٹ کے کمپلمنٹ کے خواص

سیٹوں اور ان کے کمپلمنٹ کے متعلق خواص درج ذیل ہیں:

$$A' \cup A = U, \quad A \cap A' = \emptyset, \quad U' = \emptyset, \quad \emptyset' = U$$

مثال 8: اگر  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  اور  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  تو اسے بیان کریں

- (i)  $U' = \emptyset$       (ii)  $A \cup A' = U$       (iii)  $A \cap A' = \emptyset$       (iv)  $\emptyset' = U$

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, \quad A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

(i)  $U' = \emptyset$

L.H.S =  $U'$

$$U' = U - U$$

$$= \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$= \emptyset = R.H.S$$

$$L.H.S = R.H.S$$

ہم جانتے ہیں کہ

پس ثابت ہوا کہ

$$(ii) A \cup A' = U$$

$$L.H.S = A \cup A'$$

$$A' = U - A$$

$$= \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

ہم جانتے ہیں کہ

اپ ہم معلوم کرتے ہیں۔

$$A \cup A' = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$= \{1, 2, 3, \dots, 10\} = U = R.H.S$$

$$L.H.S = R.H.S$$

پس ثابت ہوا کہ

$$(iii) A \cap A' = \emptyset$$

$$L.H.S = A \cap A'$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$= \{\} = \emptyset = R.H.S$$

$$L.H.S = R.H.S$$

پس ثابت ہوا کہ

$$(iv) \emptyset' = U$$

$$\emptyset' = U - \emptyset$$

$$= \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{\}$$

$$= \{1, 2, 3, \dots, 10\} = U = R.H.S$$

$$L.H.S = R.H.S$$

پس ثابت ہوا کہ

### مشق 1.4

: ہم جانتے ہیں کہ  $C = \{a, c, e, g\}$  اور  $B = \{a, b, c\}$  اور  $A = \{a, e, i, o, u\}$  ۔ 1

$$(i) A \cap B = B \cap A$$

$$(ii) A \cup B = B \cup A$$

$$(iii) B \cup C = C \cup B$$

$$(iv) B \cap C = C \cap B$$

$$(v) A \cap C = C \cap A$$

$$(vi) A \cup C = C \cup A$$

: ہم جانتے ہیں کہ  $Z = \{1, 4, 8\}$  اور  $Y = \{2, 3, 5\}$  اور  $X = \{1, 3, 7\}$  ۔ 2

$$(i) X \cap (Y \cap Z) = (X \cap Y) \cap Z \quad (ii) X \cup (Y \cup Z) = (X \cup Y) \cup Z$$

: ہم جانتے ہیں کہ  $P = \{0, \pm 1, \pm 2\}$  اور  $T = \{-4, -1, 1, 3\}$ ،  $S = \{-2, -1, 0, 1\}$  ۔ 3

$$(i) S \cap (T \cap P) = (S \cap T) \cap P$$

$$(ii) S \cup (T \cup P) = (S \cup T) \cup P$$

: ہم جانتے ہیں کہ  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  اور  $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ ،  $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$  ۔ 4

$$(i) O \cap (E \cap N) = (O \cap E) \cap N$$

$$(ii) O \cup (E \cup N) = (O \cup E) \cup N$$

اگر  $T = \{x, y, z\}$  اور  $S = \{a, e, i, o, u\}$  ،  $U = \{a, b, c, \dots, z\}$  تو ثابت کیجیے کہ: -5

- (i)  $S \cup \phi = S$       (ii)  $T \cap U = T$       (iii)  $S \cap S' = \phi$       (iv)  $T \cup T' = U$

اگر  $C = \{2, 6, 9, 11\}$  اور  $B = \{1, 5, 9, 13\}$  ،  $A = \{1, 7, 9, 11\}$  تو ثابت کیجیے کہ: -6

- (i)  $A - B \neq B - A$       (ii)  $A - C \neq C - A$

اگر  $M = \{6, 8, 10, 12, 14\}$  ،  $L = \{5, 7, 9, \dots, 15\}$  اور  $U = \{0, 1, 2, \dots, 15\}$  تو سیٹوں کے یوں نہیں اور تفاہ کے؛ اتنی منصرکی خصوصیات ثابت کیجیے۔ -7

### 1.3 وین ڈاگرام

وین ڈاگرام سیٹوں کو ظاہر کرنے کے لیے ایک سادہ بندھکل ہوتی ہے اور یہ مختلف سیٹوں کے درمیانی تعلق کو بھی ظاہر کرتی ہے۔

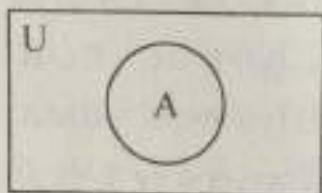
وین ڈاگرام ایک برطانوی مuttle اور قلمی "جان وین" (1923 – 1834) نے معرف کروایا تھا۔ "وین ڈاگرام" کی اسلام جان وین نے اخنوار استعمال کیسی کی تھی۔ اس کو پہلی بار ایک اور مuttle "لویں" نے اپنی کتاب "اسے سردے آف سہولیک لوچ" میں استعمال کیا۔



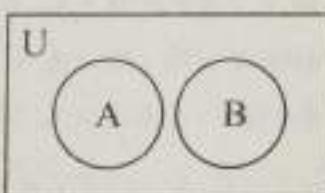
#### 1.3.1 وین ڈاگرام کے ذریعے سیٹوں کا اعلیٰ

وین ڈاگرام میں یونیورسل سیٹ کو بذریعہ مستطیل اور دیگر سیٹوں کو اس مستطیل کے اندر سادہ بندھکال کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یہ بندھکال ان سیٹوں کے باہمی تعلق کو ظاہر کرتی ہے۔

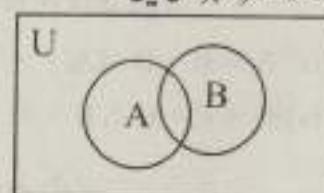
یعنی جیسی بندھکال با ترتیب سیٹ A جس کا یونیورسل سیٹ U ہے، تیر مشترک سیٹ A اور B اور مزرا کب سیٹ اور B کی مدد سے ڈاگرام ظاہر کرتی ہے۔



سیٹ A



تیر مشترک سیٹ



تیر مشترک سیٹ

وین ڈاگرام میں رنگ وار حصہ موہل کے نتیجہ کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ جیسا کہ دیکھا جا سکتا ہے۔

#### 1.3.2 وین ڈاگرام کے ذریعے سیٹوں کے عوامل سرانجام دینا

سیٹوں کا یوں نہیں

اب ہم دو سیٹوں کے یوں نہیں کو وین ڈاگرام کے ذریعے ظاہر کرتے ہیں جب:

• سیٹ A سیٹ B کا جوئی سیٹ ہو

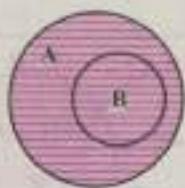
جب سیٹ A کے تمام ارکان سیٹ B کے بھی ارکان ہوں تو ہم  $A \cup B$  کو  
شکل (i) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ رنگدار حصہ  $A \cup B$  کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل (i)

• سیٹ B سیٹ A کا جوئی سیٹ ہو

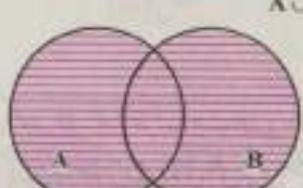
جب سیٹ B کے تمام ارکان سیٹ A کے بھی ارکان ہوں تو ہم  $A \cup B$  کو  
شکل (ii) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ رنگدار حصہ  $A \cup B$  کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل (ii)

• A اور B مترافق سیٹ ہوں

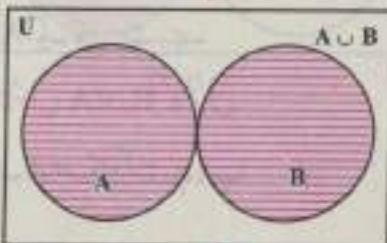
جب دو سیٹ A اور B مترافق سیٹ ہوں تو ہم  $A \cup B$  کو شکل (iii) سے  
ظاہر کر سکتے ہیں۔ رنگدار حصہ  $A \cup B$  کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل (iii)

• A اور B غیر مشرک سیٹ ہوں

جب دو سیٹوں A اور B میں کوئی بھی زکن مشترک نہ ہو تو ہم  $A \cup B$  کو  
شکل (iv) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ رنگدار حصہ  $A \cup B$  کو ظاہر کرتا ہے۔



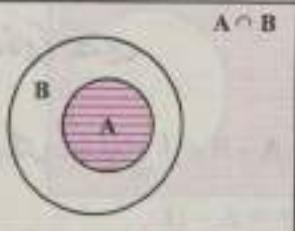
شکل (iv)

### سیٹوں کے تقاطع

اب ہم دن ڈائیگرام کی مدد سے تقاطع کے تصور کو واضح کرتے ہیں۔ دی گئی ایکال میں رنگ دار حصہ دو سیٹوں کے تقاطع کو  
ظاہر کرتا ہے۔ جب:

• سیٹ A سیٹ B کا جوئی سیٹ ہو

جب سیٹ A کے تمام ارکان سیٹ B کے بھی ارکان ہوں تو ہم  $A \cap B$  کو  
شکل (v) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ رنگدار حصہ  $A \cap B$  کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل (v)

سیٹ A کا جتنی سیت ہو

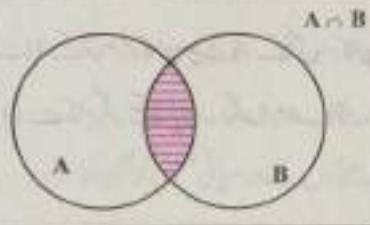
جب سیٹ B کے تمام ارکان سیٹ A کے بھی ارکان ہوں تو ہم  $A \cap B$  کو خل (vi) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ لیکن دار حصہ  $A \cap B$  کو ظاہر کرتا ہے۔



خل (vi)

A or B میں اکب سیت ہوں

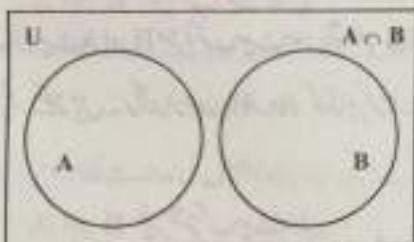
جب دو سیٹ A اور B میں اکب سیت ہوں تو ہم  $A \cap B$  کو خل (vii) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ لیکن دار حصہ  $A \cap B$  کو ظاہر کرتا ہے۔



خل (vii)

B or A غیر مشترک سیت ہوں

جب دو سیٹوں میں کوئی بھی زرکن مشترک نہ ہو تو ہم  $A \cap B$  کو خل (viii) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ یہاں کوئی حصہ رنگ دار نہیں ہے۔ لہذا  $A \cap B$  ایک خالی سیت ہے۔



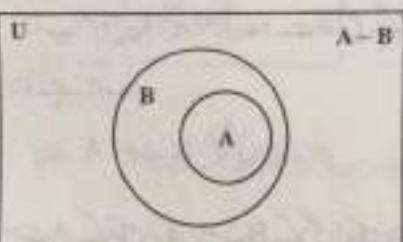
خل (viii)

دو سیٹوں A اور B کا فرق

یہ رنگ دار حصہ ظاہر کرتا ہے جب:

سیٹ A سیٹ B کا جتنی سیت ہو

جب سیٹ A کے تمام ارکان سیٹ B کے بھی تمام ارکان ہوں تو ہم  $A - B$  کو خل (ix) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔



خل (ix)

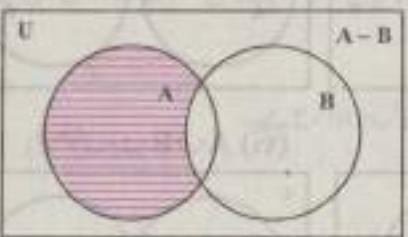
کوئی رنگ دار حصہ نہیں ہے۔ لہذا  $A - B = \{\}$

سیٹ A سیٹ B کا تجھی سیٹ ہو ۔



کل (xi)

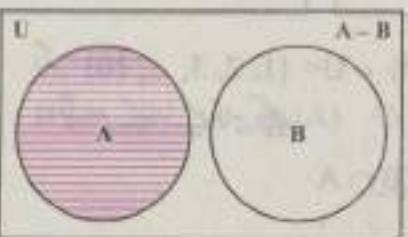
جب سیٹ B کے تمام ارکان سیٹ A کے بھی ارکان ہوں تو تم A-B کو (xi) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ یہاں A-B خالی سیٹ ہے۔ لکھدار حصہ A وظیفہ ہے۔



کل (xii)

Aور B متراب سیٹ ہوں ۔

جب دو سیٹ A اور B متراب سیٹ ہوں تو تم A-B کو کل (xi) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ لکھدار حصہ A وظیفہ ہے۔



کل (xiii)

A اور B فیر مشترک سیٹ ہوں ۔

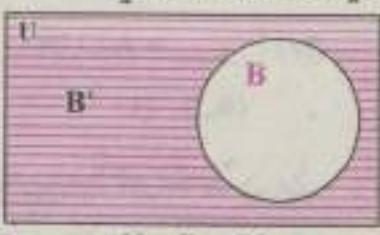
جب دو سیٹوں A اور B میں کوئی بھی رکن مشترک نہ ہو تو تم A-B کو کل (xii) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ لکھدار حصہ A وظیفہ ہے۔

### سیٹ کا کمپنیٹ 1.3.3

سیٹ A کے کمپنیٹ کے لیے



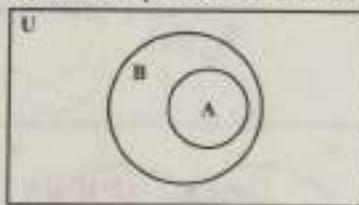
سیٹ B کے کمپنیٹ کے لیے



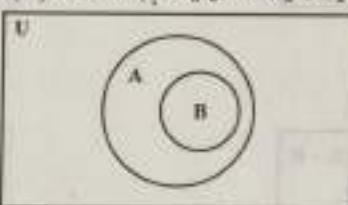
## مختصر 1.5

-1۔ دیے گئے جواب کے مطابق اوقاں میں رنگ بھریے۔

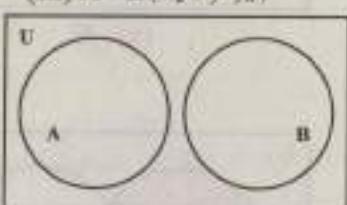
(i)  $A \cap B$  (جیسے  $A \cap B$  کا جیسے)



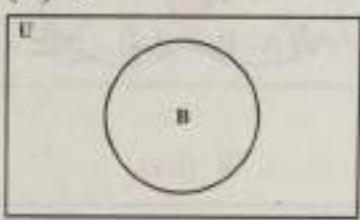
(ii)  $A \cup B$  (جیسے  $A \cup B$  کا جیسے)



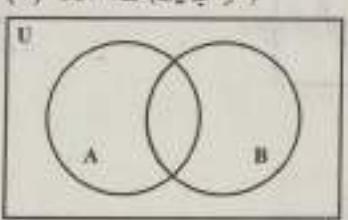
(iii)  $A - B$  (غیر مشترک جیسے)



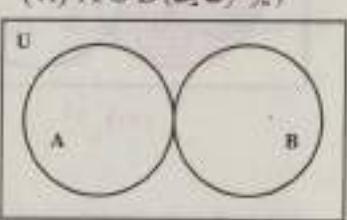
(iv)  $B'$



(v)  $A \cap B$  (حرکب جیسے)



(vi)  $A \cup B$  (غیر مشترک جیسے)



اگر  $B = \{2, 3, 4, 7, 10\}$  اور  $A = \{1, 4, 8, 9, 10\}$  ،  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  تو  
؛ ایکام کے ذریعے غایہ کیجیے۔

$$(i) A - B \neq B - A$$

$$(ii) A \cap B = B \cap A$$

$$(iii) A \cup B = B \cup A$$

$$(iv) A' \neq B$$

## اعداد مختصر 1

-1۔ درج ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔

(i) سیٹ کو لکھنے کے تین طریقوں کے نام لکھیں۔

(ii) سیٹ کے بیانی طریقے کی تعریف کریں۔

(iii) علامت " | " کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

(iv) اس سیٹ کا نام تائیں جو زیر غور سیٹوں کے تمام ارکان پر مشتمل ہوتا ہے۔

(v) غیر مشترک سیٹوں کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

-2 خالی جگہوں کو نہ بھیجیے۔

" علامت " ۸ " کا مطلب ہوتا ہے۔ "

(i) ایسا سیٹ جو دو سیٹوں کے مشترک ارکان پر مشتمل ہو، وہ دونوں سیٹوں کا کہلاتا ہے۔

(ii) ایسا سیٹ جو زیر غور سیٹوں کے تمام ارکان پر مشتمل ہو سیٹ کہلاتا ہے۔

(iv) دو سیٹ تب کہلاتے ہیں، جب ان کے درمیان کم از کم ایک رکن مشترک ہو اور ان میں کوئی بھی سیٹ دوسرے کا تجھی سیٹ نہ ہو۔

(v) سیٹوں میں یونیورسیٹ سیٹ تابع کے کا کردار ادا کرتا ہے۔

-3

(i) خالی سیٹ کو ظاہر کرنے کے لیے علامت استعمال ہوتی ہے:

(الف)  $\cup$  (ب)  $\subseteq$  (ج)  $\phi$  (د)  $\cap$

(ii) سیٹ A کے علاوہ ایک سیٹ کو یوں لکھا جا سکتا ہے:

A (ج)  $n(A)$  (ج) (ب)  $A'$  (د)  $B \setminus A$  (الف)  $A \cap B$  ہو جائے اگر  $B = \{a, b\}$  اور  $A = \{1, 2\}$  (iii)

{ } (ج)  $\{1, 2, a, b\}$  (ج) (ب)  $\{a, b\}$  (د)  $\{1, 2\}$  (الف)  $A = \{1, 3\}$  اور  $B = \{1, 2, 3\}$  (iv)

{1, 3} (ج) { } (ج) (ب) {1} (د)  $\{1, 2, 3\}$  (الف)  $A \setminus B$  کا فرقہ A سے ظاہر کیا جاتا ہے: (v)

$A \cup B$  (ج)  $B \setminus A$  (ج)  $A \cap B$  (ب)  $A - B$  (الف)

(vi)  $A' \cup A = \underline{\hspace{2cm}}$

A' (ج) A (ج)  $\phi$  (ب) (الف) U

یوں دیے گئے سیٹوں کو ترتیبی ساز میں لکھیے۔

-4

(i)  $A = \{5, 6, 7, 8\}$  (ii)  $B = \{0, 1, 2\}$  (iii)  $C = \{a, e, i, o, u\}$

(iv) D = کم طاقت اعداد کا سیٹ 100 سے چھٹے تمام قدرتی اعداد کا سیٹ

دیے گئے میٹھوں کو بیانیہ اور اندراتجی طریقے سے لکھیے۔ -5

- (i)  $A = \{x | x \in W \wedge x < 7\}$       (ii)  $B = \{x | x \in E \wedge 3 < x < 12\}$   
 (iii)  $C = \{x | x \in Z \wedge -2 < x < +2\}$       (iv)  $D = \{x | x \in P \wedge x < 15\}$

اگر  $B = \{2, 4, 6\}$  اور  $A = \{3, 4, 5, 6\}$  تو ہوتا ہے کہ -6

- (i)  $A \cup B = B \cup A$       (ii)  $A \cap B = B \cap A$   
 اگر  $Y = \{1, 3, 5, 7\}$  اور  $X = \{2, 3, 4, 5\}$  تو ہوتا ہے کہ -7

- (i)  $X - Y$       (ii)  $Y - X$   
 اگر  $C = \{b, d, f, h\}$  اور  $B = \{a, b, c, d\}$  اور  $A = \{a, c, e, g\}$  تو ہوتا ہے کہ -8

- (i)  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$       (ii)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$   
 اگر کل اعداد کا سیٹ =  $U$  اور قدرتی اعداد کا سیٹ =  $N$  تو ہوتا ہے کہ -9

- (i)  $N' \cup N = U$       (ii)  $N' \cap N = \phi$   
 اگر  $B = \{b, d, e\}$  اور  $A = \{a, b, c\}$  اور  $U = \{a, b, c, d, e\}$  تو ہوتا ہے کہ -10  
 ظاہر ہے کہ مجموعہ ایکراں کے زاویے سے

- (i)  $A'$       (ii)  $B'$       (iii)  $A \cup B$       (iv)  $A \cap B$

### خلاصہ

سیٹ لکھنے کے تین طریقے ہوتے ہیں۔

(i) بیانیہ طریقہ      (ii) اندراتجی طریقہ      (iii) ترجمہ سیٹ ساز

دو سیٹوں کے غیر مشترک ہونے کے لیے ضروری ہے کہ آن کے درمیان کوئی رکن مشترک نہ ہو۔

اگر  $A$  اور  $B$  کوئی سے دو سیٹ ہوں تو آن کے یو نیں  $B \cup A$  سے اور آن کے تقاطع  $A \cap B$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

اگر  $A$  اور  $B$  کوئی سے دو سیٹ ہوں تو سیٹ  $B$  سرف اسی صورت میں سیٹ  $A$  کا حقیقی سیٹ کہلاتا ہے جب سیٹ  $B$  کا ہر رکن سیٹ  $A$  کا بھی رکن ہو۔

متراکب سیٹ دو ایسے سیٹ کہلاتے ہیں جن کے درمیان کم از کم ایک رکن مشترک ہو اور ان میں سے کوئی بھی ایک دوسرے کا حقیقی سیٹ نہ ہو۔

ایسا سیٹ جو زیر خود سیٹوں کے تمام ارکان پر مشتمل ہو، یعنی درست سیٹ کہلاتا ہے۔

## ناطق اعداد

### تدریسی مقاصد

اس بیان کی تجھیل کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

ناطق عدد کی ایسے عدد کے طور تعریف کریں جو علاحدہ طور پر  $\frac{p}{q}$  کی قال میں لکھا جائے جب کہ  $p$  اور  $q$  صحیح اعداد ہوں اور  $q \neq 0$  ہو۔

- ناطق اعداد کو نمبر لائیں پر خاہر کریں۔

- دو عدد سے زیادہ ناطق اعداد کو جمع کریں۔

- ایک ناطق عدد کو دوسرے میں سے تفریق کریں۔

- کسی بھی ناطق عدد کا جسمی معلوم معلوم کریں۔

- دو عدد سے زیادہ ناطق اعداد کو ضرب دیں۔

- کسی بھی ناطق عدد کو کسی دوسرے غیر صفر ناطق عدد پر تقسیم کریں۔

- کسی بھی غیر صفر ناطق عدد کا ضریبی معلوم معلوم کریں۔

- کسی بھی غیر صفر ناطق عدد کا معلوم معلوم کریں۔

- ناطق اعداد کی خاصیت مہاول بلحاظ جمع اور ضرب کی پرتوال کریں۔

- ناطق اعداد کی خاصیت جازم بلحاظ جمع اور ضرب کی پرتوال کریں۔

- ناطق اعداد کی خاصیت کسی بلحاظ جمع / تفریق کی پرتوال کریں۔

- دو ناطق اعداد کا یا ہم موازن کریں۔

- ناطق اعداد کو صعودی اور نزولی ترتیب میں لکھیں۔

ہم بھلی جماعت میں یہ سیکھ کے ہیں کہ قدرتی اعداد کا حاصل تفریق ضروری نہیں کہ قدرتی عدد ہی حاصل ہو۔  
مثال کے طور پر

$$2 - 4 = -2 \dots \dots \dots (1)$$

$$1 - 5 = -4 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) اور (ii) پر غور کرنے سے یہیں یہ علم ہوتا ہے کہ 2۔ اور 4۔ قدرتی اعداد ہیں۔ اس سکے سے ہمیں صحیح اعداد کا تصور حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح وہ صحیح اعداد کو باہم ضرب دینے سے حاصل خوب سمجھی عدد حاصل ہوتا ہے۔ مثلاً

$$-1 \times 2 = -2 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$-2 \times (-3) = 6 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

مندرجہ بالا (iv) اور (iii) میں ہم خور کر سکتے ہیں کہ 2۔ اور 6 بھی صحیح اعداد ہیں۔ مگر صحیح اعداد کی تقسیم سے ہمیں یہ نتیجہ ہر بار حاصل نہیں ہوتا یعنی  $\frac{3}{2}$ ،  $\frac{4}{5}$ ،  $\frac{2}{5}$ ،  $\frac{1}{6}$  صحیح اعداد نہیں ہیں۔ لہذا اس کا مطلب یہ ہوا کہ صحیح اعداد کی تقسیم ایک ایسے عددی نظام کی ضرورت ظاہر کرتی ہے جس میں صحیح اعداد کے علاوہ کسور بھی شامل ہوں جو کہ مطلق اعداد پوری کرتے ہیں۔

### 2.1.1 تابع اعداد کی تعریف

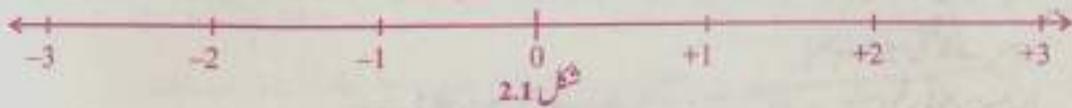
ایسا عدد جس کو عالمی طور پر  $\frac{p}{q}$  کی شکل میں لکھا جاسکے، جبکہ  $p$  اور  $q$  صحیح اعداد ہوں اور  $0 \neq q$  ہو، تاً طبق عد کہلاتا ہے۔

مشان،  $\frac{3}{2}$ ،  $\frac{4}{7}$ ،  $-\frac{2}{5}$ ،  $\frac{1}{6}$  ناطق اعدادی مثالیں ہیں۔

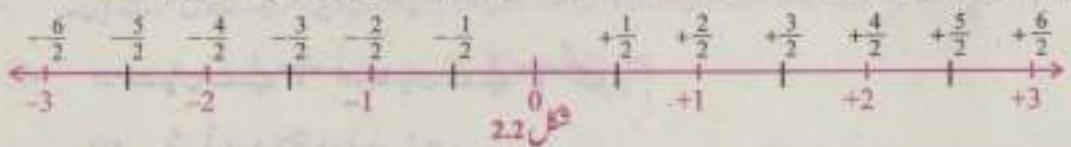
تاتاطق اصراد کا سیٹ ایسا سیٹ ہوتا ہے جس کے ارکان قدرتی احصاء، مختی اهداؤ، عذر (ورتیا) امتحات اور مختی سور مرشٹن ہوتے ہیں۔

## 2.1.2 ناطق اعداد کا تیسرائیں یہ اکھار

ہم پہلے ہی صحیح اعداد کو نمبر لائیں پڑا ظاہر کرنے کا طریقہ جانتے ہیں۔ اب ہم اسی نمبر لائیں پڑا تھا اعداد کو ظاہر کرتے ہیں۔ اس مقصد کے لیے ہم ایک نمبر لائیں کھینچتے ہیں۔



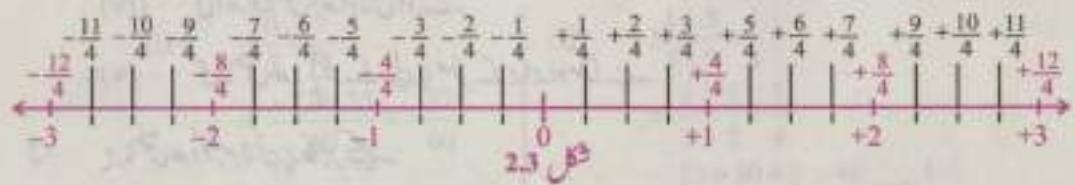
اب ہم دی گئی نمبر لائن کے ہر قطعے کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ جیسا کہ نیچے دی گئی ٹکل میں ظاہر ہے۔



ٹکل 2.2 میں دی گئی نمبر لائن سے درج ذیل ناطق اعداد ظاہر ہیں۔

$$\dots, -\frac{6}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{4}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{2}{2}, -\frac{1}{2}, 0, +\frac{1}{2}, +\frac{2}{2}, +\frac{3}{2}, +\frac{4}{2}, +\frac{5}{2}, +\frac{6}{2}, \dots$$

اب ہم اور دی گئی نمبر لائن کے ہر چھوٹے قطعے کو زیادہ حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔



ٹکل 2.3 میں دی گئی نمبر لائن سے درج ذیل ناطق اعداد ظاہر ہیں۔

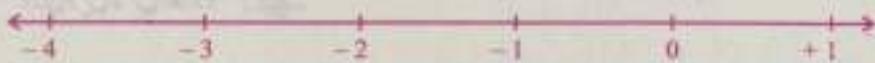
$$\dots, \frac{12}{4}, \frac{11}{4}, \frac{10}{4}, \frac{9}{4}, \frac{8}{4}, \frac{7}{4}, \frac{6}{4}, \frac{5}{4}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, 0, +\frac{1}{4}, +\frac{2}{4}, +\frac{3}{4}, +\frac{5}{4}, +\frac{6}{4}, +\frac{7}{4}, +\frac{8}{4}, +\frac{9}{4}, +\frac{10}{4}, +\frac{11}{4}, +\frac{12}{4}, \dots$$

ای طرح ہم نمبر لائن کے ہر قطعے کو تین، یا بھی بکار اس سے بھی زیادہ حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں اور مدد و مدد بالاطریتے سے نمبر لائن پر کوئی بھی ناطق عدد ظاہر کر سکتے ہیں۔

**مثال 1:** نمبر لائن کو چھوٹے کر اس پر ناطق عدد  $-\frac{10}{3}$  کو ظاہر کیجیے۔

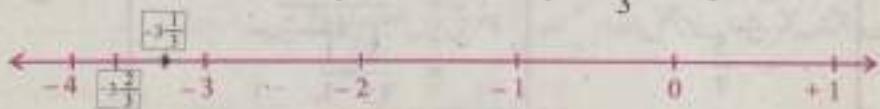
**حل:**

**پہلا قدم:** نمبر لائن کو چھوٹے کر اس پر ناطق عدد  $-\frac{10}{3}$  کو ظاہر کیجیے۔



**دوسرा قدم:** نمبر لائن کو چھوٹے کر اس پر ناطق عدد  $-\frac{10}{3}$  میں تبدیل کریں۔

**تمسرا قدم:** نمبر لائن پر  $-4$  اور  $-3$  کے درمیانی قطعے کو تین برابر حصوں میں تقسیم کریں اور  $-3$  سے آگے بڑھتے ہوئے کتنی تھیں۔ پہلا حصہ  $-\frac{1}{3}$  ہے جو کہ ہمارا مطلوب عدد ہے۔



## مختصر 2.1

- 1 درست بیان کے لیے "T" اور غلط بیان کے لیے "F" لکھیے۔

(i) قدرتی اعداد ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

(ii) "0" ناطق عدد نہیں ہے۔

(iii) ایک صحیح عدد کو عالمی طور پر  $\frac{p}{q}$  کی صکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

(iv) حقیقی اعداد ناطق اعداد نہیں ہوتے۔

(v) کسی ناطق عدد  $\frac{p}{q}$  کے لیے q صفر کے برابر ہو سکتا ہے۔

- 2 ہر ناطق عدد کو تجزیہ لائیں پر ظاہر کیجیے۔

$$-2\frac{3}{4} \quad (\text{iv})$$

$$1\frac{4}{5} \quad (\text{iii})$$

$$\frac{2}{3} \quad (\text{ii})$$

$$-\frac{5}{2} \quad (\text{i})$$

## مختصر اعداد کے عوامل

آئیے اس حصے میں ہم ناطق اعداد کے عوامل جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے بارے میں جانتے ہیں۔

### 2.2.1 ناطق اعداد کی جمع

(a) اگر  $\frac{p}{s}$  اور  $\frac{q}{s}$  کوئی سے دو ہم مخرج ناطق اعداد ہوں تو ہم آن کو یوں جمع کرتے ہیں۔

$$\frac{p+q}{s} = \frac{p+q}{s}$$

**مثال 1:** درج ذیل ناطق اعداد کو مختصر کیجیے۔

$$(i) \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \quad (ii) -\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{4}{7} \quad (iii) \frac{11}{15} + \frac{8}{15} + \left( -\frac{14}{15} \right) \quad (iv) \frac{a}{b} + \frac{c}{b}$$

$(i) \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ $= \frac{2+1}{3}$ $= \frac{3}{3} = 1$	$(ii) -\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{4}{7}$ $= \frac{-1+2+4}{7}$ $= \frac{5}{7}$	$(iii) \frac{11}{15} + \frac{8}{15} + \left( -\frac{14}{15} \right)$ $= \frac{11+8-14}{15}$ $= \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$	$(iv) \frac{a}{b} + \frac{c}{b}$ $= \frac{a+c}{b}$
---	--	--	--

(b) اگر  $\frac{P}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  کوئی سادہ ناطق اعداد ہوں تو ہم ان کو درج ذیل طریقہ سے جمع کر سکتے ہیں۔

$$\frac{P+r}{q+s} = \frac{ps+rq}{qs}$$

**مثال 2:** درج ذیل ناطق اعداد کا جمود لکھیے۔

$$(i) -\frac{6}{5} + \frac{7}{12}$$

$$(ii) 1\frac{1}{3} + \frac{5}{2} + \frac{1}{4}$$

$$(i) -\frac{6}{5} + \frac{7}{12} \\ = \frac{-72+35}{60} = \frac{-37}{60}$$

$$(ii) 1\frac{1}{3} + \frac{5}{2} + \frac{1}{4} \\ = \frac{4}{3} + \frac{5}{2} + \frac{1}{4} \\ = \frac{16+30+3}{12} = \frac{49}{12} = 4\frac{1}{12}$$

## 2.2.2 ناطق اعداد کی تفریق

(a) کوئی سادہ ناطق اعداد  $\frac{P}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  کا فرق یوں معلوم کیا جاتا ہے۔

$$\frac{P-q}{s-s} = \frac{P-q}{s}$$

**مثال 3:** درج ذیل کو تحریر کیجیے۔

$$(i) \frac{1}{5} - \frac{2}{5}$$

$$(ii) \frac{8}{9} - \frac{1}{9} \left( \frac{-4}{9} \right)$$

$$(i) \frac{1}{5} - \frac{2}{5} \\ = \frac{1-2}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$(ii) \frac{8}{9} - \frac{1}{9} \left( \frac{-4}{9} \right) \\ = \frac{8}{9} - \frac{1}{9} + \frac{4}{9} \\ = \frac{8-1+4}{9} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$

(b) کوئی سادہ ناطق اعداد  $\frac{P}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  کا فرق یوں معلوم کرتے ہیں۔

$$\frac{P-r}{q-s} = \frac{ps-rq}{qs}$$

$$(i) \quad \frac{4}{3} - \left( -\frac{2}{9} \right)$$

$$(ii) \quad \frac{5}{2} - \frac{3}{4} \left( -\frac{1}{8} \right)$$

حل:

$$\begin{aligned} (i) \quad & \frac{4}{3} - \left( -\frac{2}{9} \right) \\ & = \frac{4}{3} + \frac{2}{9} \\ & = \frac{12+2}{9} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad & \frac{5}{2} - \frac{3}{4} \left( -\frac{1}{8} \right) \\ & = \frac{5}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \\ & = \frac{20-6+1}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8} \end{aligned}$$

### جمعی ممکنوس 2.2.3

فرض کریں  $\frac{p}{q}$  اور  $-\frac{p}{q}$  کوئی سے دو ناطق اعداد ہیں اُن کو یہ جمع کرتے ہیں۔

$$\frac{p}{q} + \left( -\frac{p}{q} \right) = \left( -\frac{p}{q} \right) + \frac{p}{q} = 0$$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دونوں ناطق اعداد کا جموجہ صفر ہے۔ ایسے میں ناطق اعداد  $\frac{p}{q}$  اور  $-\frac{p}{q}$  ایک دوسرے کے جمعی ممکنوس کہلاتے ہیں اور 0 جسی ذاتی عضصر کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر  $\frac{1}{2}$  اور  $-\frac{1}{2}$ ، 3، اور  $-\frac{5}{11}$  اور  $\frac{5}{11}$  دغیرہ سب ایک دوسرے کے جمعی ممکنوس کہلاتے ہیں۔

مثال 5: درج ذیل ناطق اعداد کے جمعی ممکنوس لکھیے۔

$$(i) \quad 3$$

$$(ii) \quad -\frac{1}{2}$$

$$(iii) \quad \frac{7}{4}$$

حل:

(i) 3 کا جمعی ممکنوس معلوم کرنے کے لیے اس کی علامت تبدیل کر دیں۔

3 کا جمعی ممکنوس 3- ہوتا ہے۔

$$\text{پختال: } 3 + (-3) = 3 - 3 = 0$$

(ii)  $-\frac{1}{2}$  کا جمعی ممکنوس معلوم کرنے کے لیے اس کی علامت تبدیل کر دیں۔

$-\frac{1}{2}$  کا جمعی ممکنوس  $\frac{1}{2}$  ہوتا ہے۔

$$\text{پختال: } -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$\frac{7}{4}$  کا جمی مکوس معلوم کرنے کے لیے اس کی علامت تبدیل کر دیں۔ (iii)

$\frac{7}{4}$  کا جمی مکوس  $-\frac{7}{4}$  ہوتا ہے۔

$$\frac{7}{4} + \left( -\frac{7}{4} \right) = \frac{7}{4} - \frac{7}{4} = 0$$

### 2.2.4 ناطق اعداد کی ضرب

ہم دیے گئے قانون کی مدد سے دو یادو سے زیادہ ناطق اعداد کا حاصل ضرب معلوم کر سکتے ہیں۔

**قانون:** ایک ناطق عدد کے شمارکنندہ کو دوسرے کے شمارکنندہ سے ضرب دیں۔ اسی طرح دونوں ناطق اعداد کے متر جوں کو بھی ضرب دیں۔ لیکن

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{pr}{qs}$$

**مثال 6:** درج ذیل ناطق اعداد کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$(i) \quad \frac{2}{5} \times \frac{11}{12}$$

$$(ii) \quad \frac{1}{4} \times \left( -\frac{2}{3} \right) \times \left( -\frac{5}{2} \right)$$

حل:

$$(i) \quad \frac{2}{5} \times \frac{11}{12} \\ = \frac{2 \times 11}{5 \times 12} = \frac{22}{60} = \frac{11}{30}$$

$$(ii) \quad \frac{1}{4} \times \left( -\frac{2}{3} \right) \times \left( -\frac{5}{2} \right) \\ = \frac{1 \times (-2) \times (-5)}{4 \times 3 \times 2} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

### 2.2.5 ضربی مکوس

دو غیر متر ناطق اعداد  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  کا حاصل ضرب یوں معلوم کرتے ہیں:

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{pq}{qs} = 1$$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ان دونوں ناطق اعداد کا حاصل ضرب 1 ہے۔ اس لیے یہ دونوں ناطق اعداد  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  ایک دوسرے کے ضربی مکوس اور 1 ضربی ذاتی عضور کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر 2 اور  $\frac{1}{2}$ ، 5،  $\frac{1}{5}$  اور  $\frac{3}{7}$ ،  $\frac{3}{7}$  اور  $\frac{7}{3}$  وغیرہ سب ایک دوسرے کے ضربی مکوس ہیں۔

**مثال 7:** درج ذیل ناطق اعداد کے ضریبی مکونوں معلوم کیجیے۔

$$(i) -4$$

$$(ii) \frac{3}{5}$$

$$(iii) -\frac{11}{9}$$

**حل:**

$$-4 \quad (i)$$

4 کا ضریبی مکونوں معلوم کرنے کے لیے، شمارگانہ کو خرچ اور خرچ کو شمارگانہ، بنا کر لکھیں۔

4 کا ضریبی مکون  $\frac{1}{4}$  ہوتا ہے۔

$$(-4) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = 1$$

$$-\frac{11}{9} \quad (iii)$$

$$\frac{3}{5} \quad (ii)$$

$-\frac{11}{9}$  کا ضریبی مکون  $\frac{9}{11}$  ہوتا ہے۔

$$-\frac{11}{9} \times -\frac{9}{11} = \frac{99}{99} = 1$$

$\frac{3}{5}$  کا ضریبی مکون  $\frac{5}{3}$  ہوتا ہے۔

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1$$

• کسی بھی غیر صفر، طبق عد کا مکون اس کا ضریبی مکون ہوتا ہے۔

• 0 کا کوئی مکون نہیں ہوتا۔

### 2.2.6 ناطق اعداد کی تقسیم

ہم جانتے ہیں کہ تقسیم ضرب کا مقابلہ ہوتا ہے۔ لہذا ہم تقسیم کا مل درج ذیل طریقے سے کر سکتے ہیں۔

**پہلا فدم:** مقسم علیکا ضریبی مکونوں معلوم کریں۔

**دوسرا فدم:** ضرب کے قانون کے مطابق اس کو تیس کنندہ سے ضرب دے دیں۔

$$\frac{p}{q} \div \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{s}{r} = \frac{ps}{qr}$$

$$(i) -\frac{8}{3} + \frac{16}{3}$$

$$(ii) -\frac{4}{5} + \left(-\frac{6}{25}\right)$$

$$(iii) \frac{3}{5} + \left(-\frac{6}{5}\right)$$

$$\begin{aligned} (i) \quad & -\frac{8}{3} + \frac{16}{3} \\ & = -\frac{8}{3} \times \frac{3}{16} = -\frac{1}{2} \\ (iii) \quad & \frac{3}{5} + \left(-\frac{6}{5}\right) \\ & = \frac{3}{5} \times \left(-\frac{5}{6}\right) \\ & = \frac{3 \times (-5)}{5 \times 6} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad & -\frac{4}{5} + \left(-\frac{6}{25}\right) \\ & = -\frac{4}{5} \times \left(-\frac{25}{6}\right) \\ & = \frac{(-4) \times (-25)}{5 \times 6} \\ & = \frac{(-2) \times (-5)}{3} \\ & = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

## 2.2.7 ناطق عدد کا معکوس معلوم کرنا

ایک غیر صفر ناطق عدد  $\frac{3}{7}$  لیں جو دو سچے اعداد 3 بطور شمارکنندہ اور 7 بطور مخرج پر مشتمل ہے۔ اگر ہم شمارکنندہ اور مخرج کو آپس میں تبدیل کر دیں تو ایک اور ناطق عدد  $\frac{7}{3}$  حاصل ہوتا ہے۔ باعوم غیر صفر ناطق عدد  $\frac{p}{q}$  کے لیے ایک اور غیر صفر ناطق عدد  $\frac{q}{p}$  ہوتا ہے جو اس کا معکوس ہوتا ہے۔ عدد  $\frac{7}{3}$  کا معکوس  $\frac{3}{7}$  ہے۔ اسی طرح  $\frac{9}{-13}$  کا معکوس  $\frac{-13}{9}$  ہے اور  $\frac{-105}{113}$  کا معکوس  $\frac{113}{-105}$  ہے۔

یہاں یہ نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ اگر  $\frac{p}{q}$  کا معکوس  $\frac{q}{p}$  بھی  $\frac{p}{q}$  کا معکوس ہے۔ یادوں رے لفظوں میں  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{q}{p}$  دونوں ایک دوسرے کے معکوس ہیں۔ یہاں معکوس سے مراد ضربی معکوس ہے۔

## مختصر

درج ذیل ناطق اعداد کے جملی اور ضربی معکوس معلوم کیجیے۔

$$(i) -7$$

$$(ii) 23$$

$$(iii) -11$$

$$(iv) \frac{1}{3}$$

$$(v) \frac{-2}{7}$$

$$(vi) 6$$

$$(vii) 1$$

$$(viii) \frac{-6}{13}$$

$$(ix) \frac{1}{100}$$

$$(x) \frac{18}{27}$$

$$(xi) \frac{-99}{100}$$

$$(xii) \frac{102}{117}$$

(i)  $\frac{1}{8} - \left(-\frac{5}{8}\right)$

(ii)  $-\frac{99}{100} + \frac{77}{100}$

(iii)  $\frac{3}{4} + \frac{4}{3}$

(iv)  $\frac{1}{5} - \frac{3}{20}$

(v)  $1 + \left(-\frac{49}{50}\right)$

(vi)  $1 + \frac{11}{100}$

(vii)  $\frac{1}{11} + \left(-\frac{5}{11}\right) + \frac{10}{11}$

(viii)  $\frac{13}{23} - \frac{10}{23} + \frac{4}{23}$

(ix)  $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) + \frac{9}{10}$

(x)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{15}{18}$

(xi)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \left(-\frac{17}{8}\right)$

(xii)  $\frac{1}{11} + \frac{11}{10} + \left(-\frac{22}{5}\right)$

مختصر کریں۔

(i)  $\frac{8}{9} \times \frac{3}{4}$

(ii)  $\frac{50}{51} \times \frac{7}{10}$

(iii)  $\frac{121}{169} + \frac{11}{13}$

(iv)  $\frac{5}{7} + \frac{35}{40}$

(v)  $\left(-\frac{15}{28}\right) \times \frac{14}{30}$

(vi)  $\frac{111}{100} + \frac{222}{300}$

(vii)  $\frac{3}{2} + \frac{4}{9} \times \frac{16}{81}$

(viii)  $\frac{8}{9} + \frac{2}{3} \times \frac{15}{28}$

(ix)  $\frac{8}{125} + \frac{16}{75}$

(x)  $\frac{1}{5} \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{100}{32}\right)$

(xi)  $\frac{1}{1000} + \left(-\frac{1}{100}\right)$

(xii)  $\frac{-1}{2} \times \frac{3}{5} + \left(-\frac{51}{40}\right)$

## ناتھ اعداد کے خواص

تمکل اعداد، کسور، صحیح اعداد وغیرہ کی طرح ناتھ اعداد میں بھی خاصیت مبادلہ، خاصیت ملازم اور خاصیت تکمیلی کے قوانین پائے جاتے ہیں۔ آئیے اس کی تصدیق مثالوں سے کرتے ہیں۔

## 2.2.8 خاصیت مبادلہ

## ناتھ اعداد کی خاصیت مبادلہ مخالف ناتھ

فرض کریں کہ  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  کوئی سے دو ناتھ اعداد ہیں تو جمع کی خاصیت مبادلہ کے قانون کے مطابق ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{p}{q}$$

مثال 1: ثابت کیجیے کہ  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ حل:  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ 

$$\text{L.H.S.} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\text{R.H.S.} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

## ناطق اعداد کی خاصیت مبادلہ بجا ظضرب

ضرب کی خاصیت مبادلہ کے مطابق کسی بھی دو ناطق اعداد  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  کے لیے ہمیں حاصل ہوتا ہے:-

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{r}{s} \times \frac{p}{q}$$

**مثال 2:** ثابت کیجیے کہ

$$\left( -\frac{2}{5} \right) \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \left( -\frac{2}{5} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= \left( -\frac{2}{5} \right) \times \frac{1}{4} \\ &= -\frac{2}{20} = -\frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= \frac{1}{4} \times \left( -\frac{2}{5} \right) \\ &= -\frac{2}{20} = -\frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

نتیجہ:- ناطق اعداد کے لیے خاصیت مبادلہ بجا ظمح جمع، ضرب، تقسیم اور تفریق ہے۔

## 2.2.9 خاصیت تلازم

### ناطق اعداد کی خاصیت تلازم بجا ظمح

ڈھنگ کریں کہ  $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} + \frac{t}{u}$  کوئی سے تین ناطق اعداد جس کو جمع کی خاصیت ہے، کے مطابق ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\left( \frac{p}{q} + \frac{r}{s} \right) + \frac{t}{u} = \frac{p}{q} + \left( \frac{r}{s} + \frac{t}{u} \right)$$

**مثال 3:** ثابت کیجیے کہ

$$\left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{5} = \frac{1}{4} + \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{5} = \left( \frac{1+2}{4} \right) + \frac{1}{5} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{15+4}{20} = \frac{19}{20} \end{aligned}$$

$$\text{R.H.S.} = \frac{1}{4} + \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{4} + \left( \frac{5+2}{10} \right)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} + \frac{7}{10} \\ &= \frac{5+14}{20} = \frac{19}{20} \end{aligned}$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

### ناطق اعداد کی خاصیت تلازم بجا ظضرب

ضرب کی خاصیت تلازم کے مطابق کسی بھی تین ناطق اعداد  $\frac{p}{q}$ ,  $\frac{r}{s}$  اور  $\frac{t}{u}$  کے لیے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\left( \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} \right) \times \frac{t}{u} = \frac{p}{q} \times \left( \frac{r}{s} \times \frac{t}{u} \right)$$

**مثال 4:** ثابت کیجئے کہ

$$\left(-\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right) \times -\frac{3}{4} = -\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times -\frac{3}{4}\right)$$

$$\left(-\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right) \times -\frac{3}{4} = -\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times -\frac{3}{4}\right) \quad \text{حل}$$

$\text{L.H.S} = \left(-\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right) \times -\frac{3}{4}$ $= -\frac{1}{3} \times -\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	$\text{R.H.S} = -\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times -\frac{3}{4}\right)$ $= -\frac{2}{3} \times -\frac{3}{8} = \frac{1}{4}$
--	--

L.H.S = R.H.S

نتیجہ: ناطق اعداد کے لیے خاصیت تلازم بخواہی جمع اور ضرب درست ثابت ہوتا ہے۔

### 2.2.10 ضرب کی خاصیت تکمیلی بخواہی جمع اور تفریق

عن ناطق اعداد  $\frac{r}{s}$ ،  $\frac{t}{u}$  اور  $\frac{p}{q}$  کے لیے خاصیت تکمیلی کے مطابق یوں ہوتا ہے:

$(i) \quad \frac{p}{q} \times \left( \frac{r}{s} + \frac{t}{u} \right) = \left( \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} \right) + \left( \frac{p}{q} \times \frac{t}{u} \right)$	$(ii) \quad \frac{p}{q} \times \left( \frac{r}{s} - \frac{t}{u} \right) = \left( \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} \right) - \left( \frac{p}{q} \times \frac{t}{u} \right)$
---	--

**مثال 5:** ثابت کیجئے کہ

$(i) \quad \frac{1}{5} \times \left( \frac{9}{10} + \frac{1}{2} \right) = \left( \frac{1}{5} \times \frac{9}{10} \right) + \left( \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \right)$	$(ii) \quad \frac{1}{4} \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = \left( \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \right)$
---	--

$\text{L.H.S.} = \frac{1}{5} \times \left( \frac{9}{10} + \frac{1}{2} \right)$ $= \frac{1}{5} \times \left( \frac{9+5}{10} \right)$ $= \frac{1}{5} \times \frac{14}{10} = \frac{7}{25}$	$\text{R.H.S.} = \left( \frac{1}{5} \times \frac{9}{10} \right) + \left( \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \right)$ $= \frac{9}{50} + \frac{1}{10}$ $= \frac{9+5}{50} = \frac{14}{50} = \frac{7}{25}$
---	--

L.H.S = R.H.S

$(ii) \quad \frac{1}{4} \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = \left( \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \right)$	$\text{R.H.S.} = \left( \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \right)$
--	---

$\text{L.H.S.} = \frac{1}{4} \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right)$ $= \frac{1}{4} \times \left( \frac{3-1}{6} \right)$ $= \frac{1}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{12}$	$\text{R.H.S.} = \frac{1}{8} - \frac{1}{24}$ $= \frac{3-1}{24} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$
---	---

L.H.S = R.H.S

### 2.3.11 ناطق اعداد کا موازنہ

ہم چھپلی جماعت میں صحیح اعداد اور کسور کے موازنے کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ موازنے کے انہی قوانین کی مدد سے ہم ناطق اعداد کا موازنہ بھی کر سکتے ہیں۔ ہم اس کی وضاحت مثالوں سے کرتے ہیں۔

#### پہلا کیس: ہم مخرج

**مثال 6:** ناطق اعداد کے دیے گئے جوڑوں کا موازنہ کریں۔

$$(i) \frac{2}{7}, \frac{4}{7}$$

$$(ii) \frac{-1}{6}, \frac{-5}{6}$$

$$(iii) \frac{1}{4}, \frac{-3}{4}$$

$$(i) \frac{2}{7}, \frac{4}{7}$$

$$(ii) \frac{-1}{6}, \frac{-5}{6}$$

$$(iii) \frac{1}{4}, \frac{-3}{4}$$

$$2 < 4$$

$$\frac{2}{7} < \frac{4}{7}$$

پس

$$-1 > -5$$

$$\frac{-1}{6} > \frac{-5}{6}$$

پس

$$1 > -3$$

$$\frac{1}{4} > \frac{-3}{4}$$

پس

حل:

#### دوسری کیس: مخالف تحریر

**مثال 7:** درج ذیل ناطق اعداد کے جوڑوں کے درمیان درست علامت  $<$  یا  $>$  استعمال کیجیے۔

$$(i) \frac{1}{2}, \frac{3}{5}$$

$$(ii) \frac{9}{-11}, \frac{-41}{121}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$$

حل:

دیے گئے ناطق اعداد کی مدد سے ایک جیسے تحریر والے ناطق اعداد لکھیے۔

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

ہم مخرج ناطق اعداد کے شمارکندوں کا موازنہ کریں۔

$$5 < 6$$

$$\frac{5}{10} < \frac{6}{10}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{3}{5}$$

$$\frac{9}{-11}, \frac{-41}{121} \quad (ii)$$

دوں کے مخرجوں کو مساوی کریں۔

$$\frac{9}{-11} = \frac{9 \times (-11)}{-11 \times (-11)} = \frac{-99}{121}$$

اب ہم مخرج ناطق اعداد کے شارکندوں کا موازنہ کریں۔

$$\begin{aligned} -99 &< -41 \\ \frac{-99}{121} &< \frac{-41}{121} \\ \frac{9}{-11} &< \frac{-41}{121} \end{aligned}$$

### 2.3.12 ناطق اعداد کو ترتیب دینا

ہم دیے گئے ناطق اعداد کو ترتیب صعودی (چھوٹے سے بڑے) اور ترتیب نزولی (بڑے سے چھوٹے) میں پہنچ دیے گئے اقسام عمل سے ترتیب دے سکتے ہیں۔

**پہلا قدم:** دیے گئے ناطق اعداد کے مخرجوں کا ذرا و اضعاف اقل معلوم کریں۔

**دوسرا قدم:** مختلف مخرج والے ناطق اعداد کو ہم مخرج ناطق اعداد میں تبدیل کریں۔

**تیسرا قدم:** شارکندوں کا موازنہ کریں اور ناطق اعداد کو صعودی یا نزولی ترتیب میں لے کر۔

**مثال 8:** ناطق اعداد  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$  اور  $\frac{7}{8}$  کو نزولی ترتیب میں لے کر۔

**عمل:**

**پہلا قدم:** ناطق اعداد کا ذرا و اضعاف اقل 24 ہے۔

**دوسرا قدم:** مختلف مخرج والے ناطق اعداد کو ہم مخرج ناطق اعداد میں تبدیل کریں۔

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 12}{2 \times 12} = \frac{12}{24} \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24} \quad \frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$$

**تیسرا قدم:** شارکندوں 12, 16 اور 21 کا موازنہ کریں اور ناطق اعداد کو نزولی ترتیب میں لے کر۔

$$21 > 16 > 12$$

$$\frac{7}{8} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2} \quad \text{با} \quad \frac{21}{24} > \frac{16}{24} > \frac{12}{24}$$

**ترتیب:** با میں لکھتے سے ہمیں عالم ہوتا ہے۔

**مثال 9:** ناطق اعداد  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$  اور  $\frac{1}{12}$  کو صعودی ترتیب میں لے کر۔

**عمل:**

**پہلا قدم:** 12 اور 4 کا ذرا و اضعاف اقل معلوم کریں۔

**دوسرا قدم:** مختلف مخرج والے ناطق اعداد کو ہم مخرج ناطق اعداد میں تبدیل کریں۔

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12} \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \quad \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

**تیراہم:** شمارکنندوں 3، 8، 1 کا موازنہ کریں اور ناطق اعداد کو صعودی ترتیب میں لکھیں۔

$$\frac{1}{12} < \frac{1}{4} < \frac{2}{3} \quad \text{لہجے میں} \quad \frac{1}{12} < \frac{3}{12} < \frac{8}{12}$$

پس ترتیب صعودی میں لکھنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

### مشق 2.3

-1 درج ذیل ناطق اعداد کے درمیان درست علامت  $<$ ،  $>$ ،  $=$  لگائیے۔

- |                                      |                                  |                                     |   |
|--------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|---|
| (i) $\frac{1}{2}, \frac{15}{20}$     | (ii) $\frac{2}{-3}, \frac{1}{6}$ | (iii) $\frac{-1}{5}, \frac{2}{-10}$ | (iv) $\frac{-1}{9}, \frac{-4}{3}$       |
| (v) $-1, \frac{-2}{3}$               | (vi) $\frac{1}{2}, 1$            | (vii) $\frac{5}{7}, \frac{-1}{2}$   | (viii) $\frac{11}{-10}, \frac{-10}{11}$ |
| (ix) $\frac{4}{-100}, \frac{-1}{25}$ | (x) $\frac{-4}{7}, \frac{5}{-2}$ | (xi) $\frac{4}{9}, \frac{6}{-7}$    | (xii) $\frac{-8}{11}, \frac{3}{-10}$    |

-2 درج ذیل ناطق اعداد کو ترتیب نزولی میں لکھیے۔

- |   |  |   |
|---|--|---|
| (i) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{8}{9}$ | (ii) $\frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ | (iii) $\frac{4}{7}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}$ |
|---|--|---|

-3 درج ذیل ناطق اعداد کو ترتیب صعودی میں لکھیے۔

- |   |  |   |
|---|--|---|
| (i) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ | (ii) $\frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \frac{2}{15}$ | (iii) $\frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}$ |
|---|--|---|

-4 بہت سچے کریں۔

- |   |   |
|---|---|
| (i) $\left(\frac{-1}{2}\right) + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \left(\frac{-1}{2}\right)$   | (ii) $\frac{10}{11} + \left(\frac{5}{-44}\right) = \left(\frac{5}{-44}\right) + \frac{10}{11}$  |
| (iii) $\left(\frac{12}{-105}\right) \times \left(\frac{-15}{84}\right) = \left(\frac{-15}{84}\right) \times \left(\frac{12}{-105}\right)$                       | (iv) $-\frac{2}{3} \times \left(\frac{7}{8} \times \frac{9}{14}\right) = \left(-\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}\right) \times \frac{9}{14}$                          |
| (v) $\frac{3}{5} + \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{10}\right) = \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right) + \frac{7}{10}$   | (vi) $-\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) + \frac{1}{4}$  |
| (vii) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}\right)$   | (viii) $\frac{1}{4} \times \left(\frac{8}{9} - \frac{12}{15}\right) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{8}{9}\right) - \left(\frac{1}{4} \times \frac{12}{15}\right)$  |
| (ix) $-\frac{5}{8} \times \left(\frac{4}{7} - \frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}\right) - \left(-\frac{5}{8} \times \frac{2}{3}\right)$ | (x) $\frac{24}{49} \times \left(\frac{7}{8} + \frac{14}{6}\right) = \left(\frac{24}{49} \times \frac{7}{8}\right) + \left(\frac{24}{49} \times \frac{14}{6}\right)$ |

## اہادہ مشق 2

-1

درج ذیل موالوں کے جوابات دیجیے۔

(i) ناطق عدد کی تحریف کریں۔

(ii) ناطق عدد "a" کا جمی مکون لکھیں۔

(iii) ناطق عدد  $0 \neq q, \frac{p}{q}$  کا مکون کیا ہے؟

(iv) دوناٹق اعداد  $0, s \neq \frac{p}{q}, s$  اور  $\frac{p}{s}$  کا جمی مکون لکھیں۔

(v) دوناٹق اعداد کا حاصل ضرب معلوم کرنے کا قانون کیا ہے؟

(vi) جمی اور ضرب کے متصاد عوامل کون سے ہیں؟

خالی جگہوں کو کہہ کچھیں۔

-2

کسور اور جمی اعداد و نوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔

(i) ناطق اعداد  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{q}$  ایک دوسرے کے مکون کہلاتے ہیں۔

(ii) ایسا عدد جو عالمگیر طور پر  $\frac{p}{q}$  کی شکل میں لکھا جاسکے جبکہ  $p$  اور  $q$  جمی اعداد اور  $0 \neq q$  ہو تو ایسا عدد عدد کہلاتا ہے۔

(iv) 0 جمی ذاتی عضر کہلاتا ہے جبکہ 1 ذاتی عضر کہلاتا ہے۔

(v) ناطق عدد 0 کا کوئی نہیں ہوتا۔

(vi) کسی نیز صفر ناطق عدد کا مکون اس کا مکون ہوتا ہے۔

ڈرسٹ جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

-3

(i) ایسا عدد جو عالمگیر طور پر  $\frac{p}{q}$  کی شکل میں لکھا جاسکے جبکہ  $Z \in q, p$  اور  $0 \neq q$  ہو تو وہ کہلاتا ہے:

(ا) جمی عدد      (ب) ناطق عدد      (ج) کمل عدد      (د) ثابت عدد

(ii)  $\frac{2}{3}$  کا جمی مکون ہوتا ہے:

(ا)  $-\frac{3}{2}$  (ب)  $\frac{1}{3}$

(ج)  $\frac{3}{2}$  (د)  $-\frac{2}{3}$

(ب)  $\frac{3}{2}$

(ا)  $-\frac{2}{3}$

(iii) کاضری مکون ہوتا ہے:

(ا)  $\frac{1}{7}$  (ب)  $-\frac{7}{4}$

(ج)  $\frac{7}{4}$  (د)  $\frac{4}{7}$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \text{_____} \quad (\text{iv})$$

$$\frac{5}{6} \quad (\text{i})$$

$$\frac{2}{5} \quad (\text{v})$$

$$\frac{1}{6} \quad (\text{vii})$$

$$\frac{1}{5} \quad (\text{ix})$$

$$\frac{2}{5} + \left( -\frac{4}{5} \right) = \text{_____} \quad (\text{v})$$

$$\frac{1}{2} \quad (\text{i})$$

$$-\frac{1}{2} \quad (\text{v})$$

$$-2 \quad (\text{vii})$$

$$2 \quad (\text{ix})$$

نمبر لائے کمیک کر درج ذیل ناطق اعداد کو طاہر کیجئے۔

-4

$$(i) \quad 1\frac{1}{2}$$

$$(ii) \quad 3\frac{1}{3}$$

$$(iii) \quad -\frac{1}{4}$$

$$(iv) \quad -1\frac{4}{5}$$

درج ذیل ناطق اعداد کے جمی اور ضربی مخلوس معلوم کیجئے۔

-5

$$(i) \quad -14$$

$$(ii) \quad \frac{1}{5}$$

$$(iii) \quad -\frac{2}{3}$$

$$(iv) \quad -\frac{11}{27}$$

درج ذیل ناطق اعداد کے جزوں کے درمیان درست علامت  $<$  یا  $>$  لگائیجئے۔

-6

$$(i) \quad \frac{1}{4}, \frac{-1}{2}$$

$$(ii) \quad \frac{2}{3}, \frac{1}{5}$$

$$(iii) \quad \frac{-11}{17}, \frac{3}{8}$$

$$(iv) \quad \frac{10}{13}, \frac{11}{14}$$

$$(v) \quad -\frac{4}{9}, \frac{2}{-5}$$

$$(vi) \quad \frac{5}{-22}, \frac{-11}{25}$$

درج ذیل کو عمل کیجئے۔

-7

$$(i) \quad \left( \frac{-19}{55} \right) + \frac{51}{55} + \left( \frac{-21}{55} \right)$$

$$(ii) \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$(iii) \quad \left( \frac{-1}{3} \right) + \left( \frac{-1}{4} \right) + \frac{1}{2}$$

$$(iv) \quad \frac{2}{7} - \frac{1}{2} + \frac{3}{14}$$

$$(v) \quad \frac{5}{8} + \frac{1}{5} - \frac{3}{4}$$

$$(vi) \quad \left( \frac{-11}{15} \right) + \left( \frac{-3}{5} \right) + \frac{5}{4}$$

درج ذیل کو ختم کر کیجئے۔

-8

$$(i) \quad \frac{2}{3} + \frac{16}{21} \times \frac{27}{49}$$

$$(ii) \quad \left( \frac{-1}{100} \right) + \left( \frac{1}{10} \right)$$

$$(iii) \quad \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} \times \left( \frac{-30}{44} \right)$$

$$(iv) \quad \frac{1}{6} \times \left( \frac{-2}{3} \right) + \left( \frac{-11}{63} \right)$$

$$(v) \quad -\frac{2}{7} + \frac{3}{4} \times \frac{63}{100}$$

$$(vi) \quad \frac{8}{21} + \frac{7}{12}$$

ابت کیجئے کہ:

-9

$$(i) \quad (-1) + \frac{35}{54} = \frac{35}{54} + (-1)$$

$$(ii) \quad -\frac{4}{5} \times \left( \frac{1}{8} + \frac{11}{12} \right) = \left( -\frac{4}{5} \times \frac{1}{8} \right) + \left( -\frac{4}{5} \times \frac{11}{12} \right)$$

$$(iii) \quad \frac{4}{9} \times \left( \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \right) = \left( \frac{4}{9} \times \frac{2}{3} \right) \times \frac{5}{7}$$

$$(iv) \quad \left( \frac{-121}{169} \right) \times \left( \frac{13}{-11} \right) = \left( \frac{13}{-11} \right) \times \left( \frac{-121}{169} \right)$$

$$(v) \quad \frac{-1}{4} + \left( \frac{1}{6} + \frac{3}{5} \right) = \left( \frac{-1}{4} + \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} \quad (vi) \quad \frac{5}{12} \times \left( \frac{-2}{7} - 2 \right) = \left( \frac{5}{12} \times \frac{-2}{7} \right) - \left( \frac{5}{12} \times 2 \right)$$

### خلاصہ

ہر سچ عد کو کسی اور غیر صفر سچ عد سے تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ جس سے حاصل ہونے والا ناطق عد کہلاتا ہے اور علامتی طور پر  $\frac{p}{q}$  لکھا جاتا ہے۔  
ناطق اعداد کو ہام تبع کرتے ہیں۔

#### مختلف تجزیے

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{ps + rq}{qs}$$

#### ہام تجزیے

$$\frac{p}{s} + \frac{q}{s} = \frac{p+q}{s}$$

ناطق اعداد کو ہام تفریق کرتے ہیں۔

#### مختلف تجزیے

$$\frac{p}{q} - \frac{r}{s} = \frac{ps - rq}{qs}$$

#### ہام تجزیے

$$\frac{p}{s} - \frac{q}{s} = \frac{p-q}{s}$$

دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے ایک عد کے شمارکنندہ کو دوسرے عد کے شمارکنندہ سے ضرب دیتے ہیں۔ اسی طرح تجزیوں کو ضرب دیتے ہیں۔ پس دو ناطق اعداد  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  کے لیے

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{pr}{qs}$$

تقسیم ضرب کا متصادیں ہوتا ہے۔ پس ناطق عد  $\frac{p}{q}$  اور غیر صفر ناطق عد  $\frac{r}{s}$  کے لیے

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{s}{r} = \frac{ps}{qr}$$

0 جبی ڈائی عصراً اور 1 ضربی ڈائی عصراً کہلاتا ہے۔

$\frac{q}{p}$  کا معکوس  $\frac{p}{q}$  کہلاتا ہے۔

اگر  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  دو ناطق اعداد ہوں تو خاصیت میادلہ کے مطابق:

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{p}{q}$$

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{r}{s} \times \frac{p}{q}$$

اگر  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  تین ناطق اعداد ہوں تو خاصیت تلازم کے مطابق:

$$(i) \quad \left( \frac{p}{q} + \frac{r}{s} \right) + \frac{t}{u} = \frac{p}{q} + \left( \frac{r}{s} + \frac{t}{u} \right) \quad (ii) \quad \left( \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} \right) \times \frac{t}{u} = \frac{p}{q} \times \left( \frac{r}{s} \times \frac{t}{u} \right)$$

اگر  $\frac{p}{q}$  اور  $\frac{r}{s}$  تین ناطق اعداد ہوں تو خاصیت تکمیلی کے مطابق:

$$(i) \quad \frac{p}{q} \times \left( \frac{r}{s} + \frac{t}{u} \right) = \left( \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} \right) + \left( \frac{p}{q} \times \frac{t}{u} \right) \quad (ii) \quad \frac{p}{q} \times \left( \frac{r}{s} - \frac{t}{u} \right) = \left( \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} \right) - \left( \frac{p}{q} \times \frac{t}{u} \right)$$

## کسور اعشاریہ

### مدرسی مقاصد

اس بحث کی محیل کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- کسور اعشاریہ کو ناطق اعداد میں تبدیل کریں۔

- مختتم کسور اعشاریہ کی تعریف ایسے کسور اعشاریہ کے طور پر کریں جس کے کسری حصے میں ہندسوں کی تعداد تھی ہوتی ہے۔

- متوالی کسور کی تعریف ابتدی غیر مختتم کسور اعشاریہ کے کریں جس کے کسری حصے میں کوئی ہندسہ یا ہندسوں کا ایک بلاک لا تعداد رہے آتا ہے۔ (مثال... 14... 0.285714285714285714)

- درج ذیل قانون کو یہ جانے کے لیے استعمال کریں کہ آزاد یا کسی ناطق عدد مختتم ہے یا نہیں۔

- **قانون:** اگر کسی ناطق عدد کی مخفیر ترین یہیں کے فرخ کے مفرد اجزائے ضریب صرف 2، 5 یا 10 یا 5 پر مشتمل ہوں تو صرف اس صورت میں ناطق عدد مختتم کسر اعشاریہ ہوتا ہے۔

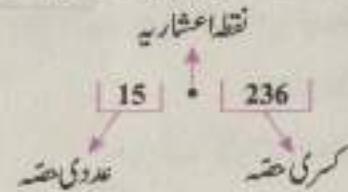
- دیے گئے ناطق عدد کو کسر اعشاریہ میں لکھیں اور مختتم یا متوالی کسر اعشاریہ کی انشانی کریں۔

- اعشاریہ کے بعد مطلوب ہندسوں تک تقسیم کے عمل کو مدد و درکار پائے۔

بھولی جماعتوں میں ہم سمجھے چکے ہیں کہ کسر اعشار یہ وحصوں میں مشتمل ہوتا ہے یعنی تکمیل عدد و الاحص اور کسری حصہ۔ کسی عدد کے ان حصوں کو تکمیل کرنے کے لیے ہم ایک نقطہ جس کو نقطہ اعشار یہ کہتے ہیں، ان کے درمیان لگاتے ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

کسر اعشار یہ ایک الٹنی نقطہ سے اخذ کیا گیا نقطہ ہے جس کا مطلب دواں ہوتا ہے۔



لہذا ہم کسر اعشار یہ کی تعریف یوں کر سکتے ہیں: ایسا عدد جس میں نقطہ اعشار یہ لگا ہو، کسر اعشار یہ کہلاتا ہے۔

### 3.1 اعشار یہ کی ناطق اعداد میں تبدیلی

کسر اعشار یہ کو ناطق اعداد میں مندرجہ ذیل اقسام میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

مل 1: نقطہ اعشار یہ کے بالکل پیچے "1" لکھتے ہیں۔

مل 2: اس کے ساتھ کسری حصے میں موجود ہندسوں کی تعداد کے مطابق صفر لگاتے ہیں۔

مل 3: ناطق عدد کو مختصر ترین شکل میں لکھتے ہیں۔

مل 4: 0.12 کو ناطق عدد میں تبدیل کیجیے۔

$$\begin{aligned} 2.55 &= \frac{255}{100} \\ &= \frac{255+5}{100+5} = \frac{51}{20} \\ 2.55 &= \frac{51}{20} \end{aligned}$$

پس

$$\begin{aligned} 0.12 &= \frac{12}{100} \\ &= \frac{12+4}{100+4} = \frac{3}{25} \\ 0.12 &= \frac{3}{25} \end{aligned}$$

پس

-1.375 - کو ناطق عدد میں تبدیل کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1000 \overline{) 1375} \\ \underline{-1000} \quad 2 \\ \hline 375 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 250 \overline{) 375} \\ \underline{-250} \quad 2 \\ \hline 125 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 125 \overline{) 250} \\ \underline{-250} \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} -1.375 &= -\frac{1375}{1000} \\ &= -\frac{1375+125}{1000+125} = -\frac{11}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -1.375 &= -\frac{11}{8} \\ & \qquad \qquad \qquad \text{پس} \end{aligned}$$

### مشق 3.1

		درج ذیل کسور اعشاریہ کو ناطق اعداد میں تبدیل کیجیے۔
(i)	0.36	(ii) 0.75
(iv)	-6.08	(v) 6.46
(vii)	8.125	(viii) -0.00625
		(ix) -0.268

### 3.2. مختتم اور غیر مختتم کسور اعشاریہ

کسور اعشاریہ کو دو گروہوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے: (i) مختتم کسور اعشاریہ (ii) غیر مختتم کسور اعشاریہ

#### 3.2.1 مختتم کسور اعشاریہ

ناطق اعداد  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{4}{25}$  کو کسور اعشاریہ میں یوں تبدیل کیا جاتا ہے۔

$$(i) \frac{1}{4} = 0.25$$

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ 4 \sqrt{10} \\ \underline{-8} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{4} = 0.25$$

$$(ii) \frac{2}{5} = 0.4$$

$$\begin{array}{r} 0.4 \\ 5 \sqrt{20} \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{2}{5} = 0.4$$

$$(iii) \frac{4}{25} = 0.16$$

$$\begin{array}{r} 0.16 \\ 25 \sqrt{40} \\ \underline{-25} \\ 150 \\ \underline{-150} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{4}{25} = 0.16$$

مندرجہ بالامثلوں میں ہم نے مشابہہ کیا ہے کہ چند مدد و اقدام کے بعد ہی باقی صرف کچھ جاتا ہے۔ اس طرح کے ناطق اعداد جن میں تقسیم کا عمل پکوئی مدد و اقدام کے بعد رُک جائے، کوئی بھی کسری سے کے ساتھ کسور اعشاریہ میں لکھا جاسکتا ہے اور اس طرح کے کسور اعشاریہ مختتم کسور اعشاریہ کہلاتے ہیں جن کی تعریف کچھ یوں کی جاسکتی ہے۔ ”ایسا کسر اعشاریہ جس میں نقطہ اعشاریہ کے بعد ہندسوں کی تعداد متناہی ہو، مختتم کسر اعشاریہ کہلاتا ہے۔“

**مثال 1:** ہر ناطق عدد کو کسر اعشاریہ کی شکل میں لکھیے۔

$$(i) \frac{7}{8} = 0.875$$

$$\begin{array}{r} 0.875 \\ 8 \sqrt{70} \\ \underline{-64} \\ 60 \\ \underline{-56} \\ 40 \\ \underline{-40} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{7}{8} = 0.875$$

$$(ii) \frac{18}{25} = 0.72$$

$$\begin{array}{r} 0.72 \\ 25 \sqrt{180} \\ \underline{-175} \\ 50 \\ \underline{-50} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{18}{25} = 0.72$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(iii)} \quad \frac{627}{625} \quad \overline{)1.0032} \\
 \phantom{627} \quad \overline{625} \\
 \phantom{627} \quad \overline{-625} \\
 \phantom{627} \quad \overline{2000} \\
 \phantom{627} \quad \overline{-1875} \\
 \phantom{627} \quad \overline{1250} \\
 \phantom{627} \quad \overline{-1250} \\
 \phantom{627} \quad \overline{0}
 \end{array}$$

$$\frac{627}{625} = 1.0032 \text{ پنچ$$

### 3.2.2 سورا عشراء

کبھی بکھارنا مطلق عدد کو کسر اعشار یہ میں تبدیل کرتے ہوئے تقسیم کا عمل ختم نہیں ہوتا۔ اس طرح کے کسروں اعشار یہ غیر مقتضم کسروں اعشار یہ کہلاتے ہیں جیسا کہ پیچے دی گئی مثالوں سے ظاہر ہے۔

$$(i) \quad \begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ \overline{)10} \\ -9 \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{1}{3} = 0.3333\dots$$

$$(ii) \quad \frac{3}{11}$$

$$\begin{array}{r} 0.2727\dots \\ 11 \overline{) 30} \\ -22 \\ \hline 80 \\ -77 \\ \hline 30 \\ -22 \\ \hline 80 \\ -77 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\frac{3}{11} = 0.2727\dots$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(iii)} \quad \frac{1}{6} \\
 \overline{)10} \\
 -6 \\
 \hline
 40 \\
 -36 \\
 \hline
 40 \\
 -36 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

$$\frac{1}{6} = 0.1666\dots$$

پس ہم کسی غیر مختصہ کسر اعشار یہ کی تعریف یوں کر سکتے ہیں:

"ایسا کسرا عشاریہ جس کے کری حصے میں ہندسوں کی تعداد لا احمد ود جو، غیر مختتم کسرا عشاریہ کچلا تا ہے۔"

مندرجہ بالامثلائی سے یہ دیکھا جاسکتا ہے کہ اس طرح کے سوراخ میں کوئی ہندسہ یا ہندسوں کا بلاک نقطہ عشرائی کے بعد تو اتر سے بار بار آ رہا ہے۔ یعنی

میں 3 کا ہندسے تو اتر سے ہار بار آ رہا ہے۔

میں ہندسوں کا بلاک 72 بار بار آ رہا ہے۔

میں 6 کا ہندس تو اتر سے ہار بار آ رہا ہے۔

ایسے غیر مختتم سورا عشاریہ جن میں کوئی ہندسہ یا ہندسول کا بلاک نقطہ اعشاریہ کے بعد لامٹاہی مرتب آئے، متواں سورا عشاریہ کہلاتے ہیں۔

**مثال 2:** ناطق اعداد کو غیر مختتم سورا عشاریہ میں تبدیل کریں۔

(i) $\frac{1}{7}$	(ii) $-\frac{4}{9}$	(iii) $\frac{2}{3}$
$\begin{array}{r} 0.1428571... \\ 7 \overline{) 10} \\ -7 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 20 \\ -14 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 40 \\ -35 \\ \hline 50 \\ -49 \\ \hline 10 \\ -7 \\ \hline 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.4444... \\ 9 \overline{) 40} \\ -36 \\ \hline 40 \\ -36 \\ \hline 40 \\ -36 \\ \hline 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.6666... \\ 3 \overline{) 20} \\ -18 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 20 \end{array}$

$$\frac{1}{7} = 0.1428\dots$$

$$-\frac{4}{9} = -0.4444\dots$$

$$\frac{2}{3} = 0.6666\dots$$

### 3.2.3 قانون کے ذریعے جانا کہ آئا ناطق عدد مختتم ہے یا نہیں

ہم سمجھ بچے ہیں کہ کچھ ناطق اعداد کے لیے تقسیم کا عمل مختتم ہو جاتا ہے اور کچھ کے لیے مختتم نہیں ہوتا۔

• **مختتم سورا عشاریہ**

$$\frac{1}{8} = 0.125$$

$$\frac{2}{25} = 0.08$$

$$\frac{7}{4} = 1.75$$

• **غیر مختتم سورا عشاریہ**

$$\frac{4}{3} = 1.333\dots$$

$$\frac{25}{7} = 3.571\dots$$

$$\frac{1}{6} = 0.166\dots$$

مندرجہ بالامثالوں سے یہ خوب کیا جاسکتا ہے کہ ناطق اعداد کو مختتم سورا عشاریہ میں لکھنے کے لیے ضروری ہے کہ اس کے مخرج کے مفرد اجزاء کے ضربی 2 اور 5 ہوں اگر نہ یہ غیر مختتم سورا عشاریہ ہوتا ہے۔ لہذا ہم اس قانون کو یہ جانے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں کہ آیا دیا گیا ناطق عدد مختتم ہے یا نہیں۔

**قانون:** اگر کسی ناطق عدد کی مخفی ترین شکل کے مخرج کے مفرد اجزاء کے ضربی صرف 2 یا 5 یا 10 یا 20 یا 50 پر مشتمل ہوں تو صرف اس

صورت میں ناطق عدد مختتم کسر اعشار یہ ہوتا ہے۔

**مثال 3:** تفہیم کے عمل کے بغیر مختتم اور غیر مختتم کسرو را اعشار یہ علیحدہ کیجیے۔

$$(i) \frac{9}{7}$$

$$(ii) \frac{17}{8}$$

$$(iii) \frac{20}{6}$$

$$(iv) \frac{45}{25}$$

$$\frac{9}{7} \quad (i)$$

$\frac{9}{7}$  غیر مختتم کسر اعشار یہ ہے کیونکہ اس کا مخرج 7 ہے۔

$$\frac{17}{8} \quad (ii)$$

$\frac{17}{8}$  مختتم کسر اعشار یہ ہے کیونکہ اس کے مخرج کے اجزاء کے ضربی  $2 \times 2 = 8$  ہیں۔

$$\frac{20}{6} \quad (iii)$$

$$6 \text{ سے } 2 \text{ کے ناطق عدد کو مختصر ترین شکل میں لکھیں: } \frac{20}{6} = \frac{20 \div 2}{6 \div 2} = \frac{10}{3}$$

$\frac{20}{6}$  غیر مختتم کسر اعشار یہ ہے کیونکہ اس کی مختصر ترین شکل کا مخرج 3 ہے۔

$$\frac{45}{25} \text{ کی مختصر ترین شکل ہے: } \frac{45}{25} = \frac{45 \div 5}{25 \div 5} = \frac{9}{5}$$

$\frac{45}{25}$  مختتم کسر اعشار یہ ہے کیونکہ اس کی مختصر ترین شکل کا مخرج 5 ہے۔

### 3.2.4 مختتم یا متواالی کسر اعشار یہ کی نشاندہی کے لیے ناطق عدد کو کسر اعشار یہ کی شکل میں لکھنا

**مثال 4:** ناطق اعداد کو کسر اعشار یہ میں لکھیے۔ مختتم اور متواالی کسر اعشار یہ کو بھی علیحدہ کیجیے۔

$$(i) \frac{19}{25} \quad (ii) \frac{17}{45} \quad (iii) \frac{-2}{11} \quad (iv) \frac{-15}{8}$$

حل:

$$45 \overline{)170} \\ -135 \\ \hline 350 \\ -315 \\ \hline 35 \\ -315 \\ \hline 35$$

$$\frac{17}{45} \quad (ii)$$

$$25 \overline{)190} \\ -175 \\ \hline 150 \\ -150 \\ \hline 0$$

$$\frac{19}{25} \quad (i)$$

پس  $\frac{17}{45} = 0.377\dots$  جو کہ مختتم کسر اعشار یہ ہے۔

پس  $\frac{19}{25} = 0.76$  جو کہ مختتم کسر اعشار یہ ہے۔

$$\begin{array}{r} 1.875 \\ \times 8 \\ \hline 15 \\ -8 \\ \hline 70 \\ -64 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 40 \\ -40 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\frac{-15}{8}$  (iv)

$$\begin{array}{r} 0.181\dots \\ \times 11 \\ \hline 20 \\ -11 \\ \hline 90 \\ -88 \\ \hline 20 \\ -11 \\ \hline 9 \end{array}$$

$\frac{-2}{11}$  (iii)

پس  $= \frac{-2}{11} = 0.181\dots$  جو کہ متوا令ی کسر اعشار یہ ہے۔

### 3.3 قریب ترین قسمیں

جب بھی معاملہ غیر مختتم کسر اعشار یہ کا ہوتا اس کو بغیر کیلئے یہ حل کرنا نیایت شکل ہوتا ہے۔ یہاں تک کہ کلکلو لیٹر کی بھی کوئی ناکوئی حد ہوتی ہے۔ چنانچہ اس قسم کے سائل کو حل کرنے کے لیے ہم حاصل تقیم کو چند مراتب اعشار یہ تک محدود کر دیتے ہیں۔

محدود کرنا

یہاں محدود کرتا سے مراد نقطہ اعشار یہ کے بعد ہندسوں کو ختم کرنا ہوتا ہے۔ کسی کسر اعشار یہ کو درج ذیل اقسام سے چند مراتب اعشار یہ تک محدود کیا جاتا ہے۔

پہلا قدم فیصل کریں کہ نقطہ اعشار یہ کے بعد کتنے ہندسوں کی تعداد ہے۔

دوسرا قدم جتنے ہندسوں کے بعد ختم کرنا چاہتے ہیں اگر ان سے اگلا ہندسوں 5 سے کم ہوتا تو

باقی ہندسوں کو حذف کروں اور اگر یہ 5 یا اس سے زیاد ہو تو باقی ہندسوں

کو حذف کرنے سے پہلے مطلوب آخری ہندسوں میں اجمع کروں۔

اس طریقے کو نیچے دی گئی چند مثالوں کی مدد سے آسانی سے سمجھا جاسکتا ہے۔

مثال 4: درج ذیل کسر اعشار یہ کو (a) 3 مراتب اعشار یہ (b) 2 مراتب اعشار یہ تک محدود کریں۔

(i) 2.3427

(ii) 4.7451

(iii) 1.5349

2.3427 (i)

3 مراتب اعشار یہ سے اگلا ہندسوں 7 (5 سے 12) ہے۔ لہذا ہم 2 کے بعد سے میں ایک کا اضافہ کرتے ہیں لیکن (a)

$2.3427 \approx 2.343$

2 مراتب اعشاریہ سے اگلا ہندس 2 (5 سے چھوٹا) ہے۔ لہذا ہم بقیہ ہندسوں کو بغیر تبدیلی کے حذف کرتے ہیں۔ لیکن  $2.3427 \approx 2.34$  (b)

$$4.7451 \quad (\text{ii})$$

3 مراتب اعشاریہ سے اگلا ہندس 1 (5 سے چھوٹا) ہے۔ لہذا ہم بقیہ ہندسوں کو بغیر تبدیلی کے حذف کرتے ہیں۔ لیکن  $4.7451 \approx 4.745$  (a)

2 مراتب اعشاریہ سے اگلا ہندس 5 (5 کے رابر) ہے۔ لہذا ہم 4 کے ہندسے میں ایک کا اضافہ کرتے ہیں لیکن  $4.7451 \approx 4.75$  (b)

$$1.5349 \quad (\text{iii})$$

3 مراتب اعشاریہ سے اگلا ہندس 9 (5 سے چھوٹا) ہے۔ لہذا ہم 4 کے ہندسے میں ایک کا اضافہ کرتے ہیں لیکن  $1.5349 \approx 1.535$  (a)

2 مراتب اعشاریہ سے اگلا ہندس 4 (5 سے کم) ہے۔ لہذا ہم بقیہ ہندسوں کو بغیر تبدیلی کے حذف کرتے ہیں۔ لیکن  $1.5349 \approx 1.53$  (b)

### 3.2 مشق

1. تقسیم کے نتیجے کے بغیر مختتم اور غیر مختتم کسور اعشاریہ کو حل کرو و بیکھریے۔

(i)	$\frac{13}{8}$	(ii)	$\frac{7}{25}$	(iii)	$\frac{8}{3}$	(iv)	$\frac{5}{11}$
-----	----------------	------	----------------	-------	---------------	------	----------------

(v)	$\frac{9}{6}$	(vi)	$\frac{20}{15}$	(vii)	$\frac{22}{7}$	(viii)	$\frac{4}{9}$
-----	---------------	------	-----------------	-------	----------------	--------	---------------

2. درج ذیل ناتحق اعداد کو مختتم کسور اعشاریہ کی نتیجے میں لکھیے۔

(i)	$\frac{2}{100}$	(ii)	$\frac{27}{20}$	(iii)	$\frac{3}{25}$
-----	-----------------	------	-----------------	-------	----------------

(iv)	$\frac{31}{50}$	(v)	$\frac{5}{1000}$	(vi)	$\frac{20}{8}$
------	-----------------	-----	------------------	------	----------------

(vii)	$\frac{21}{6}$	(viii)	$\frac{84}{64}$	(ix)	$\frac{24}{32}$
-------	----------------	--------	-----------------	------	-----------------

3

ذرست جواب پر (ج) کا نشان لگائیے۔  
5 کی قوت 3 کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔ (i)

5÷3 (i)

3×5 (ج)

5 (ب)

3<sup>5</sup> (الف)

$$(3^0+2^0) \div 7^0 = ? \quad (\text{ii})$$

2 (j)

 $\frac{5}{7}$  (ن) $\frac{1}{2}$  (ب) $\frac{7}{5}$  (لف)

کامیاب مکون ہوتا ہے  $\left(\frac{p}{q}\right)^n$  (iii)

 $\left(\frac{1}{pq}\right)^n$  (j) $\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{1}{n}}$  (ن) $\left(\frac{q}{p}\right)^n$  (ب) $\left(\frac{p}{q}\right)^n$  (لف)

میرے بھتی جاتے ہیں اگر  $(-a)^n$  (iv)

(و) طاقت

(ج) مرکب

(ب) جنت

(الف) مظہر

$$a^m + a^n = ? \quad (\text{v})$$

 $a^{\frac{m}{n}}$  (j) $a^{m-n}$  (ن) $a^{mn}$  (ب) $a^{m+n}$  (لف)

4 قیمت معلوم کیجئے۔

(i)  $(4)^{-3}$

(ii)  $(-5)^4$

(iii)  $(2)^{-9}$

(iv)  $\left(\frac{-1}{3}\right)^5$

(v)  $\left(\frac{3}{10}\right)^3$

(vi)  $-\left(\frac{11}{13}\right)^2$

5 x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے قوت نہ کے قوانین استعمال کیجئے۔

(i)  $[( -7)^3]^6 = 7^t$

(ii)  $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^3 = \frac{3^t}{4^t}$

(iii)  $\left[\left(\frac{13}{8}\right)^4\right]^4 = \frac{13^t}{8^t}$

(iv)  $\left(\frac{5}{3}\right)^5 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{11} = \left(\frac{5}{3}\right)^{16} \quad (\text{v}) \quad \left(\frac{2}{9}\right)^2 + \left(\frac{2}{9}\right)^8 = \left(\frac{2}{9}\right)^{2x+1}$

3

نیچے دیے گئے جملوں کی تیزیں معلوم کیجیے۔

- (i)  $(1^2)^3 \times (2^3)^2$
- (ii)  $\left[(-3)^7\right]^0 \times \left[(-3)^2\right]^7$
- (iii)  $\left[\left(\frac{-3}{4}\right)^6\right]^1 \times \left[\left(\frac{-3}{4}\right)^2\right]^2$
- (iv)  $\left(\frac{2^3}{2^6 + 2^5}\right)$
- (v)  $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}}{\left(\frac{1}{2}\right)^5}$
- (vi)  $\frac{\left(\frac{-2}{9}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{9}\right)^5}{\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4}$
- (vii)  $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-6}}$
- (viii)  $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}}$
- (ix)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$
- (x)  $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$

## اعادہ مشق 4

درج ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔

- (i) کسی عدد کے قوت نہ سے کیا مراد ہے؟
  - (ii) ایک اساس کے لیے حاصل ضرب کا قانون کیا ہے؟
  - (iii) قوت کی قوت کے قانون کی تعریف کیجیے۔
  - (iv) غیر صفر ہاطق عدد  $\frac{p}{q}$  کا معکوس کیا ہے؟
- خالی جگہوں کو پڑ کر جو کامیاب ہو تو اسے پڑھا جاتا ہے۔
- (i) ..... کو قوت نہائی شکل میں .....  
 $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
  - (ii) .....  $a^n \times b^n =$  .....
  - (iii) .....  $a^n + b^n =$  .....
  - (iv) ..... کوئی بھی غیر صفر ہاطق عدد، جس کا قوت نہ ہو، 1 کے برابر ہوتا ہے۔
  - (v) اگر  $n$  ایک ..... صحیح عدد ہو تو  $((a)^n - a)$  ثابت عدد ہوتا ہے۔
  - (vi) ..... کو  $a$  کی قوت  $n$  پڑھتے ہیں۔

## 4.2.3 قوت نما کے قوانین کی مدد سے جملے کی قیمت معلوم کرنا

**مثال 3:** ختم کیجیے اور جواب کو سادہ ترین حالت میں ظاہر کیجیے۔

$$(i) (4^7 + 4^3) \times 2^2 \quad (ii) \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \quad (iii) \left(\frac{-2}{7}\right)^3 \times \left(\frac{-2}{7}\right)^{-2} \times \left[\left(\frac{-2}{7}\right)^2\right]^{-1}$$

حل:

$$\begin{aligned} (i) & (4^7 + 4^3) \times 2^2 \\ & = (4)^{7-3} \times 2^2 \quad \because a^m \div a^n = a^{m-n} \\ & = 4^2 \times 2^2 \\ & = (4 \times 2)^2 \quad \because a^m \times b^m = (ab)^m \\ & = 8^2 = 64 \\ (ii) & \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \\ & = \left(\frac{2}{5}\right)^{3+(-3)} + \left(\frac{3}{5}\right)^{3+(-3)} \quad \because a^m \times a^n = a^{m+n} \\ & = \left(\frac{2}{5}\right)^0 + \left(\frac{3}{5}\right)^0 \\ & = 1 + 1 = 2 \quad \therefore a^0 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) & \left(\frac{-2}{7}\right)^3 \times \left(\frac{-2}{7}\right)^{-2} \times \left[\left(\frac{-2}{7}\right)^2\right]^{-1} \\ & = \left(\frac{-2}{7}\right)^{3+(-2)} \times \left(\frac{-2}{7}\right)^{-2 \times (-1)} \quad \because (a^m)^n = a^{mn} \\ & = \left(\frac{-2}{7}\right)^1 \times \left(\frac{-2}{7}\right)^2 \\ & = \left(\frac{-2}{7}\right)^{1+2} \quad \because a^m \times a^n = a^{m+n} \\ & = \left(\frac{-2}{7}\right)^3 = \frac{-2}{7} \end{aligned}$$

## 4.4 مشتق

-1 مندرجہ ذیل کو ایک قوت نما والے عدد سے ظاہر کیجیے۔

$$\begin{array}{lll} (i) (2^3)^5 & (ii) (10^2)^2 & (iii) [(-3)^3]^5 \\ (iv) (p^2)^5 & (v) [(-m)]^3 & (vi) (x^a)^b \\ (vii) \left[\left(\frac{-1}{3}\right)^3\right]^5 & (viii) \left[\left(\frac{2}{9}\right)^3\right]^7 & (ix) \left[\left(\frac{p}{q}\right)^n\right]^m \end{array}$$

-2 بیچوں دیے گئے ختمی قوت نماوں کو ثابت قوت نماوں میں تبدیل کیجیے۔

$$\begin{array}{lll} (i) (12)^{-3} & (ii) (-a)^{-2} & (iii) (100)^{-5} \\ (iv) \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} & (v) \left(\frac{-1}{10}\right)^{-3} & (vi) \left(\frac{x}{y}\right)^{-6} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(ii)} \left( \frac{-2}{5} \right)^4 \\
 & = \frac{1}{\left( \frac{-2}{5} \right)^4} \quad \because a^{-n} = \frac{1}{a^n} \\
 & = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{5^4}{(-2)^4} = \left( \frac{5}{-2} \right)^4 \quad \text{اے } \left( \frac{-5}{2} \right)^4 \\
 & \left( \frac{-2}{5} \right)^4 = \left( \frac{-5}{2} \right)^4 \quad \text{پس}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(iii)} \left( \frac{a}{-b} \right)^n \\
 & = \frac{1}{\left( \frac{-b}{a} \right)^n} \quad \because a^{-n} = \frac{1}{a^n} \\
 & = \frac{1}{a^n} = \frac{(-b)^n}{a^n} = \left( \frac{-b}{a} \right)^n \\
 & \left( \frac{a}{-b} \right)^n = \left( \frac{-b}{a} \right)^n \quad \text{پس}
 \end{aligned}$$

## 4.2.2 سچ عد بطور قوت کے تصور کا انکھار

ہم جانتے ہیں کہ جب ہم کسی متنی عدد کو اسی سے ضرب دیں تو جواب ثابت ہوتا ہے کیونکہ متنی ضرب متنی بیشتر جمع ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر

$$(-3) \times (-3) = (-3)^2 = +9 \quad (-5) \times (-5) = (-5)^2 = +25$$

مگر کیا آپ جانتے ہیں یہ عمل ان تمام اعداد کے لیے ہے جن کے قوت نہ ہفت ہوں جیسا کہ یقین دیے گئے پہلوں سے ظاہر ہے۔

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4 \quad \text{جنت}$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8 \quad \text{طاں}$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16 \quad \text{جنت}$$

$$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32 \quad \text{طاں}$$

$$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +64 \quad \text{جنت}$$

اوپر ہم یہ بھی مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ طاقتور قوت نہ اسے متنی عدد کا جواب بھی متنی عدد ہوتا ہے۔ لہذا ہم اس کی وضاحت یوں کر سکتے ہیں۔

فرض کریں "a" کوئی ثابت ناطق عدد اور "n" کوئی سچ عدہ ہے۔ تو اس قانون کے مطابق

• اگر "n" جنت سچ عدہ ہو تو "a^n" ثابت عدد ہوتا ہے۔

• اگر "n" طاقتور سچ عدہ ہو تو "a^{-n}" متنی عدد ہوتا ہے۔

دونوں اطراف کو  $a^m$  سے تقسیم کرنے سے

$$\frac{a^n \times a^{-n}}{a^m} = \frac{1}{a^m} \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^m}$$

پس اس سے ایک اور قانون حاصل ہوا کہ

”منفی قوت نہ والا کوئی غیر صفر عدد اپنے تی ملکوں کے پر اپر ہوتا ہے مگر ملکوں کا قوت نہ ثابت ہوتا ہے۔“

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

اگر  $\frac{p}{q}$  ایک غیر صفر ہے طبق عدروں تو مدد بجہ بالا قانون کے مطابق

$$\left(\frac{p}{q}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{p}{q}\right)^n} = \frac{1}{\frac{p^n}{q^n}} = \frac{q^n}{p^n} = \left(\frac{q}{p}\right)^n$$

$$\left(\frac{p}{q}\right)^{-n} = \left(\frac{q}{p}\right)^n$$

**مثال 1:** درج ذیل کو ایک قوت نہما کی مدد سے ظاہر کیجیے۔

$$(i) (3^4)^5 \quad (ii) \left[\left(\frac{-2}{3}\right)^3\right]^2 \quad (iii) \left[\left(\frac{1}{7}\right)^5\right]^6$$

حل:

$$(i) \begin{aligned} & (3^4)^5 : (a^n)^m = a^{nm} \\ & = 3^{4 \times 5} \\ & = 3^{20} \end{aligned} \quad (ii) \begin{aligned} & \left[\left(\frac{-2}{3}\right)^3\right]^2 : (a^n)^m = a^{nm} \\ & = \left(\frac{-2}{3}\right)^{3 \times 2} = \left(\frac{-2}{3}\right)^6 \end{aligned} \quad (iii) \begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{7}\right)^5\right]^6 : (a^n)^m = a^{nm} \\ & = \left(\frac{1}{7}\right)^{5 \times 6} = \left(\frac{1}{7}\right)^{30} \end{aligned}$$

**مثال 2:** نیچے یہ گئے منفی قوت نہماں کو ثابت قوت نہماں میں تبدیل کیجیے۔

$$(i) \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \quad (ii) \left(\frac{-2}{5}\right)^{-4} \quad (iii) \left(\frac{a}{-b}\right)^{-8}$$

حل:

$$(i) \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3} \quad \text{as } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$= \frac{1}{3^3 / 4^3} = \frac{4^3}{3^3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \quad \text{پس}$$

## صرفہ تما

حاصل تقسیم کے قانون کے مطابق ہم جانتے ہیں کہ کسی عدد کو خود سے تقسیم کریں تو حاصل تقسیم 1 ہوتا ہے۔ جیسا کہ یتھے دیا گیا ہے۔

$$\frac{3^2}{3^2} = \frac{3 \times 3}{3 \times 3} = 1$$

$$\text{ہم اس کو یوں لکھ سکتے ہیں کہ } 1 = 3^0 = 3^{2-2}$$

$$\frac{(-2)^4}{(-2)^4} = \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = 1$$

ای طرح

$$\text{ہم اس کو بھی یوں لکھ سکتے ہیں کہ } (-2)^{4-4} = (-2)^0 = 1$$

پس ہم اس قانون کی تعریف یوں کر سکتے ہیں کہ

کوئی بھی غیر صفر ناطق عدد جس کا قوت نہ 0 ہو، 1 کے برابر ہوتا ہے۔ فرض کریں کہ  $a^m$  کوئی غیر صفر ناطق عدد جس کا قوت نہ 0 ہے۔ تو

$$a^0 = 1$$

## نئی قوت نما

نیچے دیے گئے پیشہ پر غور کریں۔

$$10^2 = 10 \times 10$$

$$10^1 = 10$$

$$10^0 = 1$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{10^2}$$

$$10^{-m} = \frac{1}{10 \times 10 \times \dots \times 10} = \frac{1}{10^{m-1}}$$

$$اوناں کو یوں لکھا جاتا ہے: a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

ہم اس قانون کو  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  سے بھی اخذ کر سکتے ہیں۔ فرض کریں  $m = -n$  ہے تو اسے یہ مل کیا جاتا ہے۔

$$a^m \times a^{-m} = a^{m-m} \Rightarrow a^m \times a^{-m} = a^0 \Rightarrow a^m \times a^{-m} = 1 \quad \therefore a^0 = 1$$

- |  |  |  |
|--|--|--|
| (i) $2^7 + 2^2$  | (ii) $(-9)^{11} + (-9)^8$  | (iii) $(3)^4 + (5)^4$  |
| (iv) $(m)^3 + (n)^3$   | (v) $(a)^7 + (a)^2$  | (vi) $(b)^6 + (b)^9$   |
| (vii) $\left(\frac{3}{4}\right)^7 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$      | (viii) $\left(\frac{1}{6}\right)^{13} + \left(\frac{1}{6}\right)^{11}$ | (ix) $(2)^3 + (3)^5$   |
| (x) $\left(\frac{-3}{10}\right)^{17} + \left(\frac{-3}{10}\right)^8$ | (xi) $(x)^a + (y)^a$   | (xii) $\left(\frac{p}{q}\right)^{23} + \left(\frac{p}{q}\right)$ |

ثابت کیجئے کہ

-2

- |   |   |
|---|---|
| (i) $2^4 + 7^4 = \left(\frac{2}{7}\right)^4$  | (ii) $(-4)^3 + (5)^3 = \left(\frac{-4}{5}\right)^3$   |
| (iii) $3^8 + 3 = 3^7$   | (iv) $a^6 + b^6 = \left(\frac{a}{b}\right)^6$   |
| (v) $\left(\frac{-21}{22}\right)^7 + \left(\frac{-21}{22}\right)^3 = \left(\frac{-21}{22}\right)^4$ | (vi) $\left(\frac{-9}{13}\right)^5 + \left(\frac{-9}{13}\right)^2 = \left(\frac{-9}{13}\right)$ |

### قوت کی قوت کا قانون

ہم پڑھ کچے ہیں کہ  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  یعنی اس قانون کو  $(3^4)^2$  کو فتح کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}(3^4)^2 &= 3^4 \times 3^4 \\ &= 3^{4+4} = 3^8 \text{ برابر ہے}\end{aligned}$$

ہم اسی قانون کی مدد سے ایک اور مثال کو حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^7\right]^2 &= \left(\frac{-1}{2}\right)^7 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^7 \\ &= \left(\frac{-1}{2}\right)^{7+7} = \left(\frac{-1}{2}\right)^{14} \\ &\quad \text{بھی برابر ہے}\end{aligned}$$

پس مندرجہ بالامثالوں سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ قوت کی قوت معلوم کریں تو حاصل میں اس اس وی رہتا ہے کہ اس کا قوت تما دو ٹوں قوت نمائیں کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔ یعنی

$$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$$

پس مندرجہ بالامثلیوں سے ہم ایک اور قانون تجویز کرتے ہیں۔

”ایک ہی اساس والے دوناٹھ اعداد کی تھیں کامل ان کے قوت نمائیں کی تھیں سے کیا جاتا ہے۔ فرض کریں کوئی ہے۔“

نٹھ اعداد کا اساس ”a“ اور قوت نمائی ”m“ اور ”n“ ہیں جبکہ  $a \neq 0$  اور  $m > n$  ہیں، تو

$$a^m + a^n = a^{m-n}$$

جب اسی مخفف گر قوت نمائیک ہو

ہم جانتے ہیں کہ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2^4}{3^4} = 2^4 + 3^4$$

اسی طرح

$$\left(\frac{x}{y}\right)^5 = \left(\frac{x}{y}\right) \times \left(\frac{x}{y}\right) \times \left(\frac{x}{y}\right) \times \left(\frac{x}{y}\right) \times \left(\frac{x}{y}\right)$$

$$= \frac{x \times x \times x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^5}{y^5} = x^5 + y^5$$

پس ہم اس قانون کو یوں لکھ سکتے ہیں کہ

کوئی سے دوناٹھ اعداد ”a“ اور ”b“ جبکہ  $a \neq b$  اور ”n“ ان کے قوت نمائیوں تو

$$a^n + b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

مثال: مختصر کیجیے۔

$$(i) 9^8 + 3^8 \quad (ii) \left(-\frac{3}{11}\right)^7 + \left(-\frac{3}{11}\right)^4 \quad (iii) \left(\frac{3}{7}\right)^9 + \left(\frac{3}{7}\right)^2 \quad (iv) (14)^{11} + (63)^{11}$$

حل

$$(i) 9^8 + 3^8 = \left(\frac{9}{3}\right)^8 = 3^8 \quad \because a^n + b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(iii) \left(\frac{3}{7}\right)^9 + \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^{9-2} = \left(\frac{3}{7}\right)^7 \quad \because a^n + a^n = a^{n-n}$$

$$(ii) \left(-\frac{3}{11}\right)^7 + \left(-\frac{3}{11}\right)^4 = \left(\frac{-3}{11}\right)^{7-4} = \left(\frac{-3}{11}\right)^3 \quad \because a^n + a^n = a^{n-n}$$

$$(iv) (14)^{11} + (63)^{11} = \left(\frac{14}{63}\right)^{11} = \left(\frac{2}{9}\right)^{11} \quad \because a^n + b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

## مشق 4.2

قوت نما کے قوانین کی مدد سے قوت نمائی مکمل میں مختصر کیجیے۔

- |  |  |   |
|--|--|---|
| (i) $(-4)^5 \times (-4)^6$   | (ii) $m^2 \times m^4$  | (iii) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \times \left(\frac{2}{7}\right)^2$    |
| (iv) $\left(\frac{1}{10}\right)^4 \times \left(\frac{1}{10}\right)^3$    | (v) $p^{10} \times q^{10}$   | (vi) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{5}{7}\right)^3$     |
| (vii) $\left(\frac{-1}{2}\right)^6 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^5$   | (viii) $(-3)^7 \times (-5)^7$  | (ix) $\left(\frac{2}{3}\right)^{10} \times \left(\frac{2}{3}\right)^7$  |
| (x) $\left(\frac{-10}{11}\right)^7 \times \left(\frac{-10}{11}\right)^6$ | (xi) $\left(\frac{11}{7}\right)^8 \times \left(\frac{21}{22}\right)^8$ | (xii) $\left(\frac{-x}{y}\right) \times \left(\frac{-x}{y}\right)^{11}$ |

قوت نما کے قوانین کی مدد سے درج ذیل کی پڑائیں کیجیے۔

- |                                       |  |                                     |
|---------------------------------------|--|-------------------------------------|
| (i) $(3 \times 5)^4 = 3^4 \times 5^4$ | (ii) $(7 \times 9)^8 = 7^8 \times 9^8$ | (iii) $(2)^6 \times (2)^3 = 2^9$    |
| (iv) $(x \times y)^m = x^m y^m$       | (v) $(8)^5 \times (8)^7 = (8)^{12}$    | (vi) $(p)^r \times (p)^s = p^{r+s}$ |

## حاصل تقسیم کا قانون

جب اس ایک جیسے برقوں کو مختلف ہوں

درج ذیل پر غور کریں۔

$$\frac{2^7}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} \\ = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

آئیے اب یہی حاصل تقسیم ایک اور طریقے سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4$$

ای طرح

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^3 + \left(\frac{-2}{3}\right)^2 = \frac{\left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right)}{\left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right)} \\ = \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right) = \left(\frac{-2}{3}\right)^3$$

مختصر طریقے کے مطابق جو ہم نے حاصل تقسیم معلوم کرنے کے لیے استعمال کیا۔

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^5 + \left(\frac{-2}{3}\right)^2 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{5+2} = \left(\frac{-2}{3}\right)^7$$

• جب اسas مختلف گروہت نہ ایک ہو

ہم جانتے ہیں کہ

$$\begin{aligned} 2^3 \times 5^3 &= (2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5) \\ &= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= (2 \times 5)^3 \end{aligned}$$

ایسا طرح

$$\begin{aligned} \left(\frac{-1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 &= \left[\left(\frac{-1}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right)\right] \times \left[\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right)\right] \\ &= \left(-\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right)^3 \end{aligned}$$

مندرجہ بالا مثالوں سے ہم درج ذیل قانون اختذکر سکتے ہیں۔

ایک ہی قوت نہادے دو ناتھق اعداد کو ہم ضرب دیتے ہوئے دونوں کے اساسوں کو ضرب دیتے ہیں اور حاصل ضرب کے ساتھ دیا گیا قوت نہ لکھتے ہیں۔ فرض کریں دو ناتھق اعداد "a" اور "b" میں جن کا قوت نہما "n" ہے تو

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

**مثال:** درج ذیل جملوں کو سمجھ کر بھیجیں۔

$$(i) \quad 5^3 \times 5^4 \quad (ii) \quad (-3)^3 \times (-2)^3 \quad (iii) \quad \left(\frac{-1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad (iv) \quad \left(\frac{-3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{-3}{2}\right)^4$$

$$(i) \quad 5^3 \times 5^4$$

$$= 5^{3+4} = 5^7$$

$$[\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$$

$$(ii) \quad (-3)^3 \times (-2)^3$$

$$= [(-3) \times (-2)]^3 = [6]^3$$

$$[\because a^m \times b^n = (ab)^{m+n}]$$

$$(iii) \quad \left(\frac{-1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \left[ \left( \frac{-1}{4} \right) \times \left( \frac{2}{3} \right) \right]^2$$

$$[\because a^m \times b^n = (ab)^{m+n}]$$

$$(iv) \quad \left(\frac{-3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{-3}{2}\right)^4$$

$$= \left( \frac{-3}{2} \right)^{3+4} = \left( \frac{-3}{2} \right)^7$$

$$[\because a^m \times b^n = a^{m+n}]$$

$$= \left[ \frac{-1 \times 2}{4 \times 3} \right]^2 = \left[ \frac{-1}{6} \right]^2$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{(iv)} \quad \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49} & \text{(v)} \quad \left(-\frac{1}{8}\right)^3 = -\frac{1}{512} & \text{(vi)} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{64}{729} \\
 \text{(vii)} \quad \left(\frac{1}{10}\right)^4 = \frac{1}{10000} & \text{(viii)} \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^3 = -\frac{64}{27} & \text{(ix)} \quad \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}
 \end{array}$$

4۔ ہر ناطق عدد کو قوت نمائی مدد سے ظاہر کیجیے۔

$$\begin{array}{lll}
 \text{(i)} \quad 121 & \text{(ii)} \quad 81 & \text{(iii)} \quad -625 \\
 \text{(iv)} \quad \frac{1}{1000} & \text{(v)} \quad \frac{8}{343} & \text{(vi)} \quad -\frac{1}{32}
 \end{array}$$

## 4.2 قوت نمائے کے قوانین

قوت نمائی بہت سے سوالات کو حل کرنے میں استعمال ہوتے ہیں لہذا قوت نمائی کو استعمال کرنے کے قوانین کو سمجھنا ضروری ہے۔ آئیے ان قوانین کو باری باری زیر بحث لائیں اور پچھلے مثالوں پر غور کریں۔

### 4.2.1 ناطق اعداد کی مدد سے قوت نمائے کے قوانین اخذ کرنا

- حاصل ضرب کا قانون
- جب اسال ایک جیسے گرقوت نما مختلف ہوں۔

نیچے دی گئی مثالوں پر غور کریں۔

$$\begin{aligned}
 2^3 \times 2^2 &= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5
 \end{aligned}$$

مندرجہ بالا میں ہم غور کر سکتے ہیں کہ یہی ترتیب دلوں اعداد کے قوت نمائی کو جمع کرنے سے حاصل ہو سکتا ہے۔

$$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

اسی طرح

$$\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{-3}{4}\right)^3 = \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) = \left(\frac{-3}{4}\right)^7$$

ہم دوبارہ یہی نتیجہ مختصر طریقے سے حاصل کر رہے ہیں۔

$$\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{-3}{4}\right)^5 = \left(\frac{-3}{4}\right)^{2+5} = \left(\frac{-3}{4}\right)^7$$

مندرجہ بالا مثالوں سے ہم درج ذیل قانون اخذ کر سکتے ہیں:

ایک ہی اساس کے دو ناطق اعداد کو ضرب دیجئے ہوئے قوت نمائی کو جمع کرتے ہیں جبکہ حاصل ضرب میں اساس وہی رہتا ہے۔ یعنی کسی عدد "a" جس کے قوت نمائی m اور n ہوں کے لیے اس قانون کو ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

(iv)  $(-426)^{11}$   
اساس = -426  
قوت نما = 11

(v)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n$   
اساس =  $\frac{a}{b}$   
قوت نما =  $n$

(vi)  $\left(\frac{-x}{y}\right)^t$   
اساس =  $\frac{-x}{y}$   
قوت نما =  $t$

مثال 3: درج ذیل کو سادہ ترین طکل میں لے کر بیسے۔

(i)  $(-5)^3$

(ii)  $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

(iii)  $\left(\frac{-1}{4}\right)^4$

(i)

$$\begin{aligned}(-5)^3 &= (-5) \times (-5) \times (-5) \\&= (+25) \times (-5) \\&= -125\end{aligned}$$

$(-5)^3 = -125$  پس

(ii)

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{3}\right)^2 &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \\&= \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{4}{9}\end{aligned}$$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$  پس

(iii)

$$\begin{aligned}\left(\frac{-1}{4}\right)^4 &= \left(\frac{-1}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right) \\&= \frac{-1 \times -1 \times -1 \times -1}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{256}\end{aligned}$$

$\left(\frac{-1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$  پس

حل:

### مشتمل 4.1

درج ذیل میں سے ہر ایک عدد میں قوت نما اور اساس کی نشانہ ہیں۔

(i)  $(-1)^9$

(ii)  $2^{100}$

(iii)  $(-19)^{22}$

(iv)  $3^{-5}$

(v)  $(ab)^n$

(vi)  $\left(\frac{-6}{11}\right)^8$

(vii)  $a^{-m}$

(viii)  $\left(\frac{2}{9}\right)^7$

(ix)  $\left(\frac{p}{q}\right)^4$

(x)  $\left(\frac{1}{x}\right)^6$

(xi)  $\left(\frac{x}{y}\right)^m$

(xii)  $\left(\frac{11}{13}\right)^{-b}$

درج ذیل میں سے ہر ایک کو قوت نمائی طکل میں ظاہر کیجئے۔

(i)  $5 \times 5 \times 5 \times 5$

(ii)  $\frac{-3}{7} \times \frac{-3}{7} \times \frac{-3}{7} \times \frac{-3}{7}$

(iii)  $p \times p \times p \times p \times p$

(iv)  $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$

(v)  $xy \times xy \times xy$

(vi)  $31 \times 31 \times 31 \times 31 \times 31$

(vii)  $(-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a)$

ثابت کیجئے۔

(i)  $(5)^3 = 125$

(ii)  $(-1)^{11} = -1$

(iii)  $(-3)^5 = -243$

## 4.1.1 اساس، قوت نما اور عددی تجھت کی شاخت

ہم پہلی جماعت میں پڑھ کے ہیں کہ کسی عدد کی مسلسل ضرب کو مختصر شکل میں قوت نمائی دے سے لکھی جاسکتی ہے۔ مثال کے طور پر

کسی عدد کا قوت نما ہے جس کے کی حدود (اساس) کو کتنی مرتبہ باہم ضرب دی گئی ہے۔

•  $7 \times 7 \times 7$  کو  $7^3$  لکھا جاسکتا ہے۔ ہم اس کی قوت 3 پڑھتے ہیں۔ جبکہ 7 اساس اور 3 قوت نما ہے۔

ای طرح

•  $11 \times 11 \times 11$  کو  $11^3$  لکھا جاسکتا ہے۔ ہم اس کی قوت 2 پڑھتے ہیں جبکہ 11 اساس اور 2 قوت نما ہے۔

مندرجہ بالامثلائوں سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ جب کسی عدد "a" کو  $n$  مرتبہ باہم ضرب دی جائے تو حاصل ضرب "a<sup>n</sup>" ہو گا۔ یعنی:

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \quad (\text{کسی } n \text{ مرتبہ باہم ضرب})$$

ہم اس کو "a" کی قوت  $n$  پڑھتے ہیں جبکہ "a" کو اساس اور  $n$  کو قوت نما کہتے ہیں۔

**مثال 1:** درج ذیل میں سے ہر ایک کو قوت نمائی شکل میں لکھیے۔

(i)  $(-3) \times (-3) \times (-3)$

(ii)  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

(iii)  $\left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right)$

(iv)  $\left(\frac{-7}{12}\right) \times \left(\frac{-7}{12}\right)$

حل:

(i)  $(-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^3$

(ii)  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (2)^6$

(iii)  $\left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^4$

(iv)  $\left(\frac{-7}{12}\right) \times \left(\frac{-7}{12}\right) = \left(\frac{-7}{12}\right)^2$

**مثال 2:** ہر عدد میں اساس اور قوت نمائی نشاندہ کیجیے۔

(i)  $13^{25}$    (ii)  $\left(\frac{-7}{11}\right)^9$    (iii)  $a^m$    (iv)  $(-426)^{11}$    (v)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n$    (vi)  $\left(\frac{x}{y}\right)^t$

حل:

(i)  $13^{25}$

اساس = 13

قوت نما = 25

(ii)  $\left(\frac{-7}{11}\right)^9$

اساس =  $\frac{-7}{11}$

قوت نما = 9

(iii)  $a^m$

اساس =  $a$

قوت نما =  $m$

## قوت نما

### مدرسی مقاصد

اس یونٹ کی تجھیل کے بعد طلباء و طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- اساس قوت نما اور عددی قیمت کو پہچانیں۔

- نطیج اعداد کی مدد سے قوت نما کے قوانین انداز کریں۔

- حاصل ضرب کا قانون:

- جب اساس ایک ہی ہے مگر قوت نما مختلف ہوں۔

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

- جب اساس مختلف ہے مگر قوت نما ایک ہی ہے ہوں۔

$$a^m \times b^n = (ab)^{m+n}$$

- حاصل تقسیم کا قانون:

- جب اساس ایک ہی ہے مگر قوت نما مختلف ہوں۔

$$a^m + a^n = a^{m+n}$$

- جب اساس مختلف ہے مگر قوت نما ایک ہی ہے ہوں۔

$$a^n + b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

- قوت کا قانون:

- قوت نما صفر ہو تو:  $a^0 = 1$

- قوت نما منفی صحیح عدد ہو تو:  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

- صحیح اعداد کی قوت کے تصور کو نظاہر کریں یعنی  $(a^m)^n$  میں جب  $m$  جنت صحیح عدد ہوتا ہے یا پھر جب یہ طاقت صحیح عدد ہوتا ہے۔

- قوت نما کے قوانین کی مدد سے کسی بخش کی قیمت معلوم کریں۔

3.

نورست جواب پر (ص) کا نشان لگائے۔

(i) کسر اعشار یہ میں تکمیل مدد کو کسری حصے سے ملیجھ کرنے کے لیے عامت استعمال ہوتی ہے۔

(ا) (ب) (ج) (د) /

(ii) اگر ہم کسر اعشار یہ میں تکمیل مدد کو کریں تو حاصل ہوتا ہے۔

(ا) 3.75 (ب) 3.84 (ج) 3.7 (د) 3.74

(iii) کسی ناقص عدد کا مختتم کسر اعشار یہ ہونے کے لیے ضروری ہوتا ہے کہ اس کے فرجن کے اجزاء ضریبی ان کے علاوہ نہ ہوں۔

(ا) 2 اور 3 (ب) 3 اور 5 (ج) 2 اور 5 (د) 2 اور 7

(iv) جب ہم 0.25 کو ناقص عدد میں تبدیل کرتے ہیں، تو حاصل ہوتا ہے:

(ا)  $\frac{1}{7}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{1}{2}$

- 4. درج ذیل کسور اعشار یہ کو ناقص اعداد کی تکمیل میں لے جیے۔

(i) 0.375 (ii) 0.25 (iii) 0.5 (iv) 4.75  
(v) 0.79 (vi) 1.29 (vii) 2.34

- 5. درج ذیل ناقص اعداد کو کسور اعشار یہ کی تکمیل میں لے جیے اور غیر مختتم کی نشان دہی بھی کر جیے۔

(i)  $\frac{4}{5}$  (ii)  $\frac{11}{12}$  (iii)  $\frac{8}{9}$  (iv)  $\frac{1}{7}$   
(v)  $\frac{22}{7}$  (vi)  $\frac{21}{6}$  (vii)  $\frac{3}{10}$

- 6. درج ذیل کو 2 مراتب اعشار یہ تکمیل مدد دو جیئے۔

(i) 4.5723 (ii) 107.328 (iii) 5.7395  
(iv) 6.7982 (v) 25.4893

### خلاصہ

ہر کسر اعشار یہ جس کے نقطہ اعشار یہ کے بعد ہندسوں کی تعداد اتنا ہی ہو غیر مختتم کسر اعشار یہ کہلاتا ہے۔

کوئی بھی مختتم کسر اعشار یہ اس کا ناقص عدد ہونا ظاہر کرتا ہے۔

ایسا کسر اعشار یہ جس کے نقطہ اعشار یہ کے بعد ہندسوں کی تعداد اتنا ہی ہو غیر مختتم کسر اعشار یہ کہلاتا ہے۔

غیر مختتم کسر اعشار یہ متواں یا غیر متواں دونوں ہو سکتے ہیں۔

کسور اعشار یہ کو نقطہ اعشار یہ کے بعد موجود ہندسوں کو مدد دو کر کے مختصر کیا جاسکتا ہے۔

کسی بھی کسر کے مختتم ہونے کے لیے ضروری ہوتا ہے کہ اس کی مختصر ترین حالت کے فرجن کے اجزاء ضریبی 2 یا 5 یا دونوں ہی ہوں۔

درج ذیل ناطق انداد کو تین مراتب اعشار یہ تک لکھیے۔

(i)	$\frac{4}{3}$	(ii)	$\frac{2}{7}$	(iii)	$\frac{5}{11}$	(iv)	$\frac{8}{13}$
(v)	$\frac{10}{6}$	(vi)	$\frac{24}{22}$	(vii)	$\frac{7}{12}$	(viii)	$\frac{26}{91}$

4- درج ذیل سورا اعشار یہ کو تین مراتب اعشار یہ تک مدد دیجیے۔

(i)	5.41679	(ii)	11.10365	(iii)	0.92517
(iv)	3.10351	(v)	0.74206	(vi)	23.15147

### احادیث 3

1- درج ذیل موالوں کے جوابات دیجیے۔

(i) مختتم سورا اعشار یہ کی تعریف کریں۔

(ii) سورا اعشار یہ کے دو گروہوں کے نام لکھیں۔

(iii) کون سے غیر مختتم سورا اعشار یہ متواں سورا اعشار یہ کہلاتے ہیں؟

(iv) نقطہ اعشار یہ کے بعد کتنے ہندسوں کی موجودگی غیر مختتم سورا اعشار یہ کی نشاندہی کرتی ہے؟

(v) یہ معلوم کرنے کا قانون لکھیے کہ آیا ویا گیا ناطق عدد مختتم سورا اعشار یہ ہے یا نہیں؟

(vi) سورا اعشار یہ کو مدد و کرنے کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

2- خالی جگہوں کو نہ لکھیے۔

(i) سورا اعشار یہ متواں ہوتا ہے یا پھر غیر متواں۔

(ii) سورا اعشار یہ کے دو حصوں کو ایک نقطہ علیحدہ کرتا ہے جو..... کہلاتا ہے۔

(iii) مختتم سورا اعشار یہ میں تقسم کا عمل کچھ مدد و اقدام کے بعد ..... ہو جاتا ہے۔

(iv) سورا اعشار یہ میں مدد و کرنا سے مراد ..... کے بعد ہندسوں کو حذف کرنا ہوتا ہے۔

(v) کوئی کسرت مختتم ہوگی جب اس کے ..... کے اجزاء ضریب 2 یا 5 یا دو ٹوں ہوں۔

مختصر کیجیے اور جواب سادہ ترین حالت میں لکھیے۔

- (i)  $\left[ \left( \frac{-3}{4} \right)^2 \times \left( \frac{-3}{4} \right)^3 \right] \div \left[ \left( \frac{-3}{4} \right)^2 \right]^3$
- (ii)  $\left( \frac{5}{19} \right)^m \times \left[ \left( \frac{5}{19} \right)^2 \right]^3 + \left[ \left( \frac{5}{19} \right)^4 \right]^4$
- (iii)  $\left[ \left( \frac{18}{11} \right)^3 + \left( \frac{18}{11} \right)^2 \right]^3 - \left[ \left( \frac{18}{11} \right)^2 \right]^2$
- (iv)  $\left[ \left( \frac{-4}{9} \right)^2 \right]^8 + \left[ \left( \frac{-4}{9} \right)^3 \right]^5 \times \left( \frac{-4}{9} \right)$
- (v)  $\left[ \left( \frac{1}{10} \right)^3 \right]^2 \times \left[ \left( \frac{1}{10} \right)^6 \right]^3 + \left( \frac{1}{10} \right)^{25}$

### خلاصہ

- کسی عدد کا قوت نمائیں بتاتا ہے کہ کسی عدد (اساس) کو کتنی مرتبہ باہم ضرب دی جائی ہے۔
  - ایک ہی اساس کے دوناٹھی اعداد کو ضرب دیتے ہوئے قوت نمائیں کو جمع کرتے ہیں جبکہ حاصل ضرب میں اساس وہی رہتا ہے۔ یعنی  $a^m \times a^n = a^{m+n}$
  - ایک ہی قوت نمائیے کے دوناٹھی اعداد کو باہم ضرب دیتے ہوئے دونوں کے اساسوں کو ضرب دیتے ہیں اور حاصل ضرب کے ساتھ دیا گیا قوت نمائیں لکھتے ہیں۔ یعنی
- $$a^m \times b^n = (ab)^{m+n}$$
- ایک ہی اساس والے دوناٹھی اعداد کی ترتیب کا عمل ان کے قوت نمائیں کی تغیریں سے کیا جاتا ہے۔ یعنی
- $$a^m \div a^n = a^{m-n}$$
- جب کبھی قوت کی قوت معلوم کریں تو حاصل میں اساس وہی رہتا ہے مگر اس کا قوت نمائیں تو قوت نمائیں کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔ یعنی
- $$(a^m)^n = a^{mn}$$
- کوئی بھی غیر صفر ناٹھی عدد جس کا قوت نمائیں 1 ہو، 1 کے برابر ہوتا ہے۔ یعنی  $1^0 = 1$
  - مثلاً قوت نمائیں کوئی غیر صفر عدد اپنے ہی مکونس کے برابر ہوتا ہے مگر مکونس کا قوت نمائیں ہوتا ہے۔ یعنی
- $$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

- اگر n بخت صحیح عدد ہو تو " $a^{-n}$ " ثابت اور اگر n طاقت صحیح عدد ہو تو " $a^{-n}$ " مخفی ہوتا ہے۔

## ثبت اعداد کا جذر

### مدرسی مقصود

اس یونٹ کی محیل کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- مکمل مردی کی تعریف کر سکیں۔
- کسی عدد کے مکمل مردی ہونے یا نہ ہونے کی پڑھاتی کریں۔
- مکمل مردی کے درج ذیل خواص کو پیچھا نہیں اور ان کا اطلاق کر سکیں۔
- جفت عدد کا مردی بھی جفت عدد ہوتا ہے۔
- طاق عدد کا مردی بھی طاق عدد ہوتا ہے۔
- واجب کر کا مردی اس کسر سے چھوٹا ہوتا ہے۔
- ۱ سے چھوٹے اعشاری عدد کا مردی اس اعشاری عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔
- قدرتی اعداد کے جذر را مردی کی تعریف کریں اور ان کی ترتیب کو جائیں۔
- تجزی اور ترتیب کے طریقوں سے چذر معلوم کریں جبکہ مکمل مردی ہوں۔
- قدرتی عدد
- کسر
- اعشاری عدد
- چذر سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کریں۔

بچھلی جماعتوں میں ہم سے کچھے پکے ہیں کہ کسی مرد کا رقبہ اس کی لمبائی کو خود سے ضرب دے کر معلوم کیا جاسکتا ہے۔ جیسا کہ  
یہی ظاہر ہے۔

$$\text{لمبائی} \times \text{ لمبائی } = \text{ مرد کا رقبہ}$$

$$= x \times x$$

$$= x^2$$

$$\text{Area} = x^2$$

x

اس کا مطلب یہ ہوا کہ جگہ ایسے مرد کا رقبہ ہے جس کی ایک طرف کی لمبائی x ہے۔

یا ہم یوں کہ سکتے ہیں کہ "x کا مرد x^2 ہے" یعنی

$$x \text{ کا مرد } = x^2$$

"پس کسی عدد کے مرد کی تعریف کچھ یوں کی جا سکتی ہے: کسی عدد کی اسی عدد سے حاصل ضرب مرد کہلاتا ہے۔"

### 5.1.1 مکمل مرد

ایسا قدرتی عدد مکمل مرد کہلاتا ہے جو کسی قدرتی عدد کا مرد ہو۔ مزید وضاحت کے لیے آئیے ہم کچھ قدرتی اعداد کے مرد معلوم کرتے ہیں۔

$$1^2 = 1 \times 1 = 1 \quad | \quad 6^2 = 6 \times 6 = 36$$

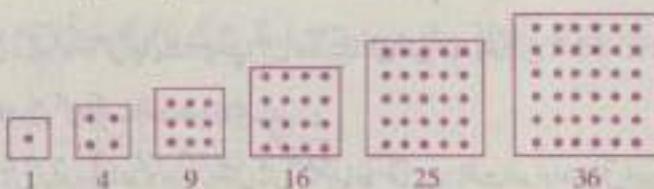
$$2^2 = 2 \times 2 = 4 \quad | \quad 7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9 \quad | \quad 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

$$4^2 = 4 \times 4 = 16 \quad | \quad 9^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$5^2 = 5 \times 5 = 25 \quad | \quad 10^2 = 10 \times 10 = 100$$

یہاں "1 کا مرد 1"، "2 کا مرد 4"، "3 کا مرد 9" اور مزید یونہی ہے۔ ہم اس بات کا بھی مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ  
یہ سب قدرتی اعداد ہیں۔ لہذا یہ مکمل مرد ہیں جن کو ذہبے میں نقاط کی مدد سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



جب ہمارے پاس نقطوں کی تعداد ہر نقطاً میں موجود نقطاً کی تعداد کے برابر ہو تو یہ ایک مکمل مرد کو ظاہر کرتا ہے۔

## 5.1.2 کسی عدد کے مکمل مرتع ہونے یا نہ ہونے کی پڑتال

یہ معلوم کرنے کے لیے کہ آباد یا کیا عدد مکمل مرتع ہے یا نہیں، عدد کو اس کے مفرد عادوں کے حاصل ضرب کی صورت میں لکھتے ہیں:

**مثال 1:** دیے گئے عدد کی پڑتال کیجیے کہ وہ مکمل مرتع ہے یا نہیں۔

(i) 3969

(ii) 6084

(iii) 3872

3	3969
3	1323
3	441
3	147
7	49
	7
2	6084
2	3042
3	1521
3	507
13	169
	13

3969 (i)

3969 کے مفرد عادوں:  $(3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (7 \times 7)$  ہیں۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہر عدد کا جوڑا موجود ہے۔ لہذا 3969 ایک مکمل مرتع ہے۔

2	3872
2	1936
2	968
2	484
2	242
11	121
	11

3872 (iii)

3872 کے مفرد عادوں:  $(11 \times 11) \times (2 \times 2) \times 2 \times (11 \times 11)$  ہیں۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ 12 ایسا عادہ ہے جس کا جوڑا نہیں بن رہا۔ لہذا یہ ایک مکمل مرتع نہیں ہے۔

## 5.1.3 اعداد کے مکمل مرتع کے خواص

مکمل مرتع کے کچھ خواص نہایت دلچسپ ہیں۔ آئیے ان میں سے کچھ کو زیر بحث لاتے ہیں۔

• **جفت عدد کا مرتع بھی ایک جفت عدد ہوتا ہے۔**

ہم جانتے ہیں کہ قدرتی اعداد کو دو گروپ میں تقسیم کیا جاسکتا ہے: جفت اعداد اور طاقت اعداد۔

یقین دیے گئے ہر جفت عدد کے مرتع پر غور کریں۔

$$\begin{array}{l|l} 2^2 = 2 \times 2 = 4 & 4^2 = 4 \times 4 = 16 \\ 6^2 = 6 \times 6 = 36 & 8^2 = 8 \times 8 = 64 \\ 10^2 = 10 \times 10 = 100 & 12^2 = 12 \times 12 = 144 \end{array}$$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہر جفت عدد کا مریخ بھی جفت عدد ہوتی ہے۔

طاق عدد کا مریخ بھی طاق عدد ہوتا ہے۔

اب ہم کچھ طاق اعداد کے مریخ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{l|l} 1^2 = 1 \times 1 = 1 & 3^2 = 3 \times 3 = 9 \\ 5^2 = 5 \times 5 = 25 & 7^2 = 7 \times 7 = 49 \\ 9^2 = 9 \times 9 = 81 & 11^2 = 11 \times 11 = 121 \end{array}$$

پس تمام طاق اعداد کے مریخ بھی طاق اعداد ہوتے ہیں۔

**مثال 2:** حسابی عمل کے بغیر جنت اور طاق اعداد کے مکمل مریخ ملجمہ کیجیے۔

12321	(iv)	49284	(iii)
2704	(ii)	2704	(ii)
			3481      (i)
			3481      (i)

جنت عدد کا مریخ بھی طاق عدد ہوتا ہے۔

3481 طاق عدد کا مریخ ہے۔

12321	(iv)
49284	(iii)

جنت عدد کا مریخ بھی جنت عدد ہوتا ہے۔

49284 جنت عدد کا مریخ ہے۔

**واجب کر کا مریخ اس کر سے چھوٹا ہوتا ہے**

کر کا مریخ جانے کے لیے ہم شارکنہ کو اسی سے ضرب دیتے ہیں اور مخرج کے ساتھ بھی بھی عمل ذہرا تے ہیں۔

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 5} = \frac{4}{25}$$

آئیے اب ہم کر  $\frac{2}{5}$  کا موازنہ اس کے مریخ  $\frac{4}{25}$  سے بذریعہ کر اس ضرب کرتے ہیں۔

$$\frac{2}{5} > \frac{4}{25} \quad [50 > 20]$$

متدوج بالا سے یہ مشاہدہ کیا جاسکتا ہے کہ واجب کر کا مردج اس کسر سے کم ہوتا ہے۔ جیسے کہ  $\frac{4}{25} > \frac{2}{5}$

ایسے ہی

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{3 \times 3} = \frac{1}{9} \quad \boxed{\frac{1}{3} > \frac{1}{9}}$$

$$\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{4 \times 4}{7 \times 7} = \frac{16}{49} \quad \boxed{\frac{4}{7} > \frac{16}{49}}$$

1 سے چھوٹے اعشاری عدو کا مردج اس اعشاری عدو سے چھوٹا ہوتا ہے۔

ہم اعشاری عدو کا مردج درج ذیل طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں۔

$$(0.3)^2 = (0.3)(0.3) = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100} = 0.09$$

0.09 اعشاری عدو 0.3 سے چھوٹا ہے یا بڑا؟ یقیناً 0.09 اعشاری عدو 0.03 سے چھوٹا ہے۔ یعنی  $0.09 < 0.3$

$$(0.02)^2 = (0.02) \times (0.02) = \frac{2}{100} \times \frac{2}{100} = \frac{4}{10000} = 0.0004$$

پھر سے 0.0004 اعشاری عدو 0.02 سے چھوٹا ہے۔ یعنی  $0.02 < 0.0004$   
اس کا مطلب یہ ہوا کہ 1 سے چھوٹے اعشاری عدو کا مردج بھی اس اعشاری عدو سے چھوٹا ہوتا ہے۔

### مشن 5.1

-1 دیے گئے اعداد کا مردج معلوم کریں۔

- |          |        |          |           |
|----------|--------|----------|-----------|
| (i) 6    | (ii) 5 | (iii) 10 | (iv) 7    |
| (v) 13   | (vi) 8 | (vii) 41 | (viii) 19 |
| (ix) 100 | (x) 9  | (xi) 11  | (xii) 25  |

-2 دیے گئے اعداد کی پرتوں کی تالیف کرو اور مکمل مردج ہیں یا نہیں۔

- |         |          |           |             |
|---------|----------|-----------|-------------|
| (i) 59  | (ii) 625 | (iii) 225 | (iv) 196    |
| (v) 425 | (vi) 81  | (vii) 121 | (viii) 2500 |

-3 حسابی عمل کے بغیر دیے گئے طاقت اور جملت اعداد کے مکمل مردج یاد کرو۔

- |          |            |            |              |
|----------|------------|------------|--------------|
| (i) 441  | (ii) 144   | (iii) 2401 | (iv) 6561    |
| (v) 2025 | (vi) 11236 | (vii) 7569 | (viii) 12544 |

-4 واجب کسورد کا مردج معلوم کر کے ان کا موازنہ اپنی کسورد سے کیجیے۔

- |                   |                    |                      |                    |
|-------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| (i) $\frac{3}{4}$ | (ii) $\frac{5}{6}$ | (iii) $\frac{4}{11}$ | (iv) $\frac{1}{7}$ |
|-------------------|--------------------|----------------------|--------------------|

اعشاری اعداد کا مربع معلوم کیجیے جس کا موازنہ اعشاری اعداد سے ہی کیجیے۔

- (i) 0.4      (ii) 0.6      (iii) 0.12      (iv) 0.05

## 5.2 جذر

### 5.2.1 قدرتی عدد کے جذر کی تعریف کرنا اور اس کی ترجمہ کو جانا

کسی بھی عدد کا جذر معلوم کرنے کا عمل اس کے مربع لینے کے بالکل عکس ہوتا ہے۔ اسے گھنے کے لیے ہم دوبارہ پچھا اعداد کا مکمل مربع معلوم کرتے ہیں۔

$$2^2 = 4 \text{ کا مربع 4 ہے}$$

$$5^2 = 25 \text{ کا مربع 25 ہے}$$

$$7^2 = 49 \text{ کا مربع 49 ہے}$$

ان مساوات کو یوں بھی پڑھا جاسکتا ہے۔ "4 کا جذر 2" ، "25 کا جذر 5" اور "49 کا جذر 7"۔ اسی طرح ہم کسی بھی مربع عدد کا جذر معلوم کر سکتے ہیں۔ اس عمل کے لیے ہم جذر کی علامت "✓" استعمال کرتے ہیں یعنی:  $x = \sqrt{x^2}$  جبکہ "✓" جذر کی علامت ہے اور " $x^2$ " محدود کھلااتا ہے۔

اگر  $x$  کوئی ایسا عدد ہو ہے  $y^2 = x$  کی شکل میں لکھا جاسکے تو  $y$  کا مربع  $x$  کھلائے گا اور از خود  $y$  جذر کھلائے گا  $x$  کا۔

### 5.2.2 مفرد تجزی سے جذر معلوم کرنا

ہم سمجھ کر ہیں کہ

$$4 \text{ کا جذر } 2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4} \text{ ہے۔}$$

$$9 \text{ کا جذر } 3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9} \text{ ہے۔}$$

$$25 \text{ کا جذر } 5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25} \text{ ہے۔}$$

لیکن ہر مکمل مربع کی صورت میں ہمارے لیے ان کے جذر کا اندازہ لگاتا نہیں ملک ہوتا ہے۔ اس مسئلے کے مل کے لیے ہم مفرد تجزی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔ طریقہ کے مرحلے یونچے دیے گئے ہیں۔

**مرحلہ 1:** دیے گئے عدد کے مفرد عدد معلوم کریں۔ فرض کریں دیا گیا عدد 36 ہے۔

2	36
2	18
3	9
	3

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

**مرحلہ 2:** دونوں اطراف کا جذر لیں۔

$$\sqrt{36} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

مرحلہ 3: تمام مفرد عاد کے جو زوں کو مکمل مراع کی شکل میں لکھیں۔

$$\sqrt{36} = \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3}$$

$$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2}$$

مرحلہ 4: ہر مکمل مراع کا چذر لکھیں۔ یعنی  $x = \sqrt{x^2}$  اور ان کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

$$\sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$$

یوں دیے گئے عدد 36 کا چذر 6 ہے۔

**مکمل مراع کے مفرد عاد بھی شجڑے جوڑے کی شکل میں ہوتے ہیں۔**

2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
	5

$$900 \text{ کی تجزیہ} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

دوں اطراف کا چذر ہیں۔

$$\sqrt{900} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

تمام جو زوں کو مکمل مراع کی شکل میں لکھیں۔

$$\sqrt{900} = \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3} \times \sqrt{5 \times 5}$$

$$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2}$$

ہر مکمل مراع کا چذر لکھیں۔ یعنی  $x = \sqrt{x^2}$  اور ان کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

$$\sqrt{900} = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

یوں 900 کا چذر 30 ہے۔

**کسر کا چذر معلوم کرنا**

ہم جانتے ہیں کہ کسر عام کی تین اقسام ہوتی ہیں:

• واجب کسر

• غیر واجب کسر

• مخلوط کسر

**مثال 2:** کسر عام  $\frac{144}{256}$  کا چذر معلوم کریں۔

**حل:** ہمیں  $\frac{144}{256}$  کا چذر معلوم کرتا ہے۔ لہذا ہم اسے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\sqrt{\frac{144}{256}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{256}}$$

دیے گئے طریقے سے 144 اور 256 کی علیحدہ علیحدہ تجزیہ کریں۔

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
	3

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

$$\sqrt{\frac{144}{256}} = \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}} = \frac{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3}}{\sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2}} = \frac{2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

لہذا  $\frac{3}{4}$  مطلوب جواب ہے۔

**مثال 3:** مخطوٹ کسر  $\frac{63}{81}$  کا جذر معلوم کریں۔

**حل:** (i) مخطوٹ کسر کو نیپروجیب کسر میں تبدیل کریں۔

$$1 \frac{63}{81} = \frac{144}{81}$$

اب جذر معلوم کریں۔

3	81	2	144
3	27	2	72
3	9	2	36
3	3	2	18
		3	9
			3

$$\sqrt{\frac{144}{81}} = \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}}{\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3}} = \frac{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3}}{\sqrt{3 \times 3} \times \sqrt{3 \times 3}} = \frac{\sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2}}{\sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2}} = \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

پس  $1 \frac{63}{81}$  کا جذر ہے  $1 \frac{1}{3}$  کا۔

### • اعشاری عدد کا جذر معلوم کرنا

اعشاری اعداد کے معاملے میں پہلے ان کو کسور عام کی شکل میں تبدیل کریں اور پھر جذر معلوم کریں۔ جذر معلوم کرنے کے بعد ہم جواب کو دوبارہ اعشاری عدد کی شکل میں لکھتے ہیں۔ ہم اس کو مثال سے واضح کرتے ہیں۔

**مثال 4:** اعشاری عدد 0.64 کا جذر معلوم کیجئے۔

**حل:** اعشاری عدد کو کسر میں یوں تبدیل کریں۔

$$0.64 = \frac{64}{100}$$

اب واجب کر کے طور پر جذر معلوم کریں۔

2	64	2	100
2	32	2	50
2	16	5	25
2	8	5	5
2	4		
	2		

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{64}{100}} &= \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} = \frac{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{5 \times 5}} \\ &= \frac{\sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2}}{\sqrt{2^2} \times \sqrt{5^2}} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 5} \\ &= \frac{8}{10} = 0.8\end{aligned}$$

پس  $0.64$  کا مطلوب جذر  $0.8$  ہے۔

## مختصر

نحوی دیے گئے اعداد کے جذر معلوم کیجیے۔ -1

- |         |              |            |               |
|---------|--------------|------------|---------------|
| (i) 4   | (ii) $(9)^2$ | (iii) 36   | (iv) $(25)^2$ |
| (v) 16  | (vi) $c^2$   | (vii) 49   | (viii) $a^2$  |
| (ix) 25 | (x) 81       | (xi) $y^2$ | (xii) 100     |

نحوی دیے گئے اعداد کے جذر بذریعہ مفرد تجزی معلوم کیجیے۔ -2

- |            |          |           |             |
|------------|----------|-----------|-------------|
| (i) 144    | (ii) 256 | (iii) 576 | (iv) 324    |
| (v) 441    | (vi) 729 | (vii) 196 | (viii) 1225 |
| (ix) 10000 | (x) 1764 | (xi) 4356 |             |

نحوی دی گئی کسور کے جذر معلوم کیجیے۔ -3

- |                         |                       |                         |              |
|-------------------------|-----------------------|-------------------------|--------------|
| (i) $\frac{49}{81}$     | (ii) 2.25             | (iii) $\frac{144}{196}$ | (iv) 0.0196  |
| (v) $\frac{784}{441}$   | (vi) $1\frac{13}{36}$ | (vii) 3.24              | (viii) 12.25 |
| (ix) $3\frac{325}{900}$ | (x) 59.29             | (xi) $1\frac{252}{324}$ | (xii) 1.5625 |

مفرد تجزی کی مدد سے درج ذیل کو تابت کیجیے۔ -4

- |  |   |
|--|---|
| (i) $\sqrt{9 \times 36} = \sqrt{9} \times \sqrt{36}$           | (ii) $\sqrt{144 \times 4} = \sqrt{144} \times \sqrt{4}$         |
| (iii) $\sqrt{64 \times 25} = \sqrt{64} \times \sqrt{25}$       | (iv) $\sqrt{81 \times 100} = \sqrt{81} \times \sqrt{100}$       |
| (v) $\sqrt{\frac{144}{9}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9}}$       | (vi) $\sqrt{\frac{256}{4}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{4}}$       |
| (vii) $\sqrt{\frac{484}{121}} = \frac{\sqrt{484}}{\sqrt{121}}$ | (viii) $\sqrt{\frac{576}{144}} = \frac{\sqrt{576}}{\sqrt{144}}$ |

۔ تقسیم کے طریقے سے جذر معلوم کرنا

ہم پہلے ہی مفرد تجزی کے طریقے سے قدرتی اعداد کا چڈ رمعلوم کرنے کا طریقہ سمجھ کرچکے ہیں۔ اب ہم قدرتی اعداد کا چڈ رمعلوم کرنے کا ایک اور طریقہ سمجھتے ہیں جو تقسیم کا طریقہ کہلاتا ہے۔

**مثال 1:** 324 کا چڈ رتھیم کے طریقے سے معلوم کیجئے۔

324 : ﻪ

**مرحلہ ۱:** دائیں سے بائیں ہندسوں کے جوڑے بائیں اور آن کے اوپر لائیں لگا کر  
آنہیں ظاہر کریں۔

**مرحلہ 2:** ایسا بڑے سے بڑا عدد جنہیں جس کا مرکز پہلے جوڑے کے برادر یا اُس سے کم ہو (بائیں سے واپس)۔ یہاں ہم دکھو سکتے ہیں کہ وہ عدد 1 ہے۔

**مرحلہ 3:** عدد کے مرکز کو جوڑے یا ہندسے میں سے تفریق کریں یعنی  $12 - 1 = 11$  اور  
3-1=2۔ اپدیے گئے طریقے سے دوسرا جوڑا جیسے لاگیں۔

**محلہ 4:** حاصل تقسیم کوڈ گناہ کر کے اسے دوسرا تھیسٹم لکٹنڈہ کے طور پر استعمال کریں۔

**مرحلہ ۵:** دو پارو وہ بڑے سے بڑا عدد جنگیں جس کا تقسیم لکنڈہ سے حاصل ضرب دوسرا سے  
مقوم سے کم پایا جائے گا جیسا کہ سانے دیا گا ہے۔

$$\begin{array}{r} +1 \\ \hline 28 \end{array} \left| \begin{array}{r} -1 \\ 224 \\ \hline -224 \\ 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 25 \times 5 = 125 \\ 26 \times 6 = 156 \\ 27 \times 7 = 189 \\ \textcircled{28 \times 8 = 224} \end{array}$$

حاصل تجیم مظلوم چذر ہے۔ اس کی پرہل رعن لینے سے کی جا سکتی ہے۔ پس مظلوم چدر "18" ہے۔

**مثال 2:** تقسیم کے طریقے سے 585225 کا چڈر معلوم کریں۔

585225 : ج

	$\begin{array}{r} 58 \\ \times 7 \\ \hline 49 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$
$\begin{array}{r} 7 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 146 \\ + 6 \\ \hline 1525 \end{array}$	$\begin{array}{r} 145 \times 5 = 752 \\ 146 \times 6 = 876 \\ 147 \times 7 = 1029 \end{array}$
	$\begin{array}{r} 952 \\ - 876 \\ \hline \end{array}$	
	$\begin{array}{r} 7625 \\ - 7625 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1524 \times 4 = 6096 \\ 1525 \times 5 = 7625 \\ 1526 \times 6 = 9156 \end{array}$

پس مطلوبہ چند ری 765 ہے۔

## سور کا جذر معلوم کرنا

ہم مفرد تجزی کے ذریعے سور کا جذر معلوم کرنے کا طریقہ سمجھے چکے ہیں۔ اب ہم تفہیم کے طریقے سے کسی کسر کا جذر معلوم کرتے ہیں۔

**مثال 1:** تفہیم کے طریقے سے  $\frac{4096}{15129}$  کا جذر معلوم سمجھیے۔

$$\text{حل: } \sqrt{\frac{4096}{15129}} = \frac{\sqrt{4096}}{\sqrt{15129}}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 4096 \\ -36 \\ \hline 496 \\ -496 \\ \hline 0 \\ 123 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & 5 \times 5 = 25 \\ & 6 \times 6 = 36 \\ & 7 \times 7 = 49 \\ & 123 \times 3 = 369 \\ & 124 \times 4 = 496 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 15129 \\ -1 \\ \hline 51 \\ -44 \\ \hline 729 \\ -729 \\ \hline 0 \\ 123 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & 21 \times 1 = 21 \\ & 22 \times 2 = 44 \\ & 23 \times 3 = 69 \\ & 242 \times 2 = 484 \\ & 243 \times 3 = 729 \end{aligned}$$

$$\text{لہجے میں: } \sqrt{\frac{4096}{15129}} = \frac{\sqrt{4096}}{\sqrt{15129}} = \frac{64}{123}$$

## اعشاری عدد کا جذر معلوم کرنا

اعشاری عدد کا جذر معلوم کرنے کا طریقہ سمجھنے کے لیے ہم درج ذیل اور اس کے مرحلے پر غور کرتے ہیں۔

**مثال 2:** تفہیم کے طریقے سے 333.0625 کا جذر معلوم کریں۔

**حل:** 333.0625

مرحلہ 1: اعشاری عدد میں موجود مکمل عدد کو بطور عام عدد جوڑے بنائیں۔ (دائیں سے باائیں) 333.0625

مرحلہ 2: اعشاری حصے کے جوڑے بنائیں۔ (باائیں سے دائیں) 333.06 25

مرحلہ 3: تفہیم کے طریقے کو استعمال کریں۔

$$\begin{array}{r} 18 \\ \hline 333.0625 \\ -1 \\ \hline 233 \\ -224 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & 27 \times 7 = 189 \\ & 28 \times 8 = 224 \\ & 29 \times 9 = 261 \end{aligned}$$

مرحلہ 4: نقطہ اعشاری کے بعد کے جوڑے کو نیچے لانے سے پہلے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشار یہ لگا سکیں۔

18.25	
1	3 3 3 . 0 6 2 5
+ 1	- 1
2 (8)	2 3 3
+ 8	- 2 2 4
3 6 (2)	9 0 6
+ 2	- 7 2 4
3 6 4 (5)	1 8 2 2 5
	- 1 8 2 2 5
	0

$$\therefore \begin{aligned} 361 \times 1 &= 361 \\ 362 \times 2 &= 724 \\ 363 \times 3 &= 1089 \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{aligned} 3644 \times 4 &= 14576 \\ 3645 \times 5 &= 18225 \end{aligned}$$

پس  $\sqrt{333.0625} = 18.25$  ہے۔

مرحلہ 3: درج ذیل کو تقسیم کے طریقے سے جذر معلوم کیجئے۔

(i) 0.119025

(ii) 199.9396

کامل عددوں اے اور اعشاری حصے کے بالترتیب جوڑے بنائیں۔ 0.11 90 25

0.345	
3	0 . 1 1 9 0 2 5
+ 3	- 9
6 (4)	2 9 0
+ 4	- 2 5 6
6 8 (5)	3 4 2 5
	- 3 4 2 5
	0

$$\therefore \begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 4 &= 16 \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{aligned} 63 \times 3 &= 189 \\ 64 \times 4 &= 256 \\ 65 \times 5 &= 325 \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{aligned} 684 \times 4 &= 2736 \\ 685 \times 5 &= 3425 \end{aligned}$$

پس  $\sqrt{0.119025} = 0.345$

199.9396 (iii)

کامل عددوں اے اور اعشاری حصے کے بالترتیب جوڑے بنائیں۔ 199.9396

14.14

14.14	
1	1 9 9 . 9 3 9 6
+ 1	- 1
2 (4)	9 9
+ 4	- 9 6
2 8 (1)	3 9 3
+ 1	- 2 8 1
2 8 2 (4)	1 1 2 9 6
	- 1 1 2 9 6
	0

$$\therefore \begin{aligned} 23 \times 3 &= 69 \\ 24 \times 4 &= 96 \\ 25 \times 5 &= 125 \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{aligned} 281 \times 1 &= 281 \\ 282 \times 2 &= 546 \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{aligned} 2823 \times 3 &= 8469 \\ 2824 \times 4 &= 11296 \end{aligned}$$

پس  $\sqrt{199.9396} = 14.14$

### مختصر

تہیم کے طریقے سے درج ذیل کے جذر معلوم کریں۔

- |             |            |              |               |
|-------------|------------|--------------|---------------|
| (i) 729     | (ii) 2304  | (iii) 4489   | (iv) 7056     |
| (v) 9801    | (vi) 14400 | (vii) 15625  | (viii) 18496  |
| (ix) 207936 | (x) 321489 | (xi) 5499025 | (xii) 4986289 |

یعنی دی اگر سور کے جذر بذریعہ تہیم معلوم کیجیے۔

- |                         |                          |                           |                            |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|----------------------------|
| (i) $\frac{36}{49}$     | (ii) $\frac{225}{484}$   | (iii) $\frac{81}{196}$    | (iv) $\frac{729}{1024}$    |
| (v) $2\frac{14}{25}$    | (vi) $\frac{1296}{2025}$ | (vii) $3\frac{526}{625}$  | (viii) $\frac{3025}{4096}$ |
| (ix) $2\frac{175}{225}$ | (x) $\frac{324}{576}$    | (xi) $\frac{5625}{40000}$ | (xii) $1\frac{295}{729}$   |

یعنی دیے گئے اعشاری اعداد کے جذر بذریعہ تہیم معلوم کیجیے۔

- |               |              |                |                 |
|---------------|--------------|----------------|-----------------|
| (i) 0.0529    | (ii) 1.5625  | (iii) 9.7344   | (iv) 0.4761     |
| (v) 0.001369  | (vi) 32.1489 | (vii) 0.002025 | (viii) 131.1025 |
| (ix) 508.5025 | (x) 799.7584 | (xi) 1082.41   | (xii) 4596.84   |

### 5.3.2 جذر سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات

اب ہم جذر سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کرتے ہیں۔

**مثال 1:** ایک مکعبی پارک کا رقبہ کسی دوسرے مرغ نما پارک کے رقبے کے برابر ہے۔ اگر مکعبی پارک کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 81 میٹر اور 25 میٹر ہوں تو مرغ نما پارک کی لمبائی معلوم کیجیے۔

$$\text{مکعبی پارک کا رقبہ} = \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} = 81m \times 25m = 2025m^2$$

$$\text{مکعبی پارک کا رقبہ} = \text{مرغ نما پارک کا رقبہ} = 2025m^2$$

$$\begin{array}{r|l} & 3 | 2025 \\ & 3 | 675 \\ & 3 | 225 \\ & 3 | 75 \\ & 5 | 25 \\ & 5 \end{array}$$

$$\text{پارک کی لمبائی} = \sqrt{2025} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \sqrt{3^2 \times 3^2 \times 5^2} = (3 \times 3 \times 5)m = 45m$$

پس مکعبی پارک کی لمبائی 45 میٹر ہے۔

**مثال 2:** ایک مریبی میدان کی باؤنڈری کی لمبائی معلوم کیجیے جس کا رقبہ 784 مربع میٹر ہے۔

$$\begin{array}{lcl}
 \text{مربع میٹر} & = & 784 \\
 \text{مریبی میدان کا رقبہ} & & 2 | 784 \\
 \text{طلع کی لمبائی} & = & \sqrt{784} \\
 & = & \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} \\
 & = & \sqrt{2^3 \times 2^2 \times 7^2} \\
 & = & (2 \times 2 \times 7) \text{m} \\
 & = & 28 \text{m}
 \end{array}$$

**مثال 3:** مریبی میدان کی باؤنڈری یا احاطہ کی لمبائی  $\rightarrow 4 \times (\text{لما})$

$$= 4(28\text{m}) = 112\text{m}$$

**مثال 3:** مختلی پارک کا احاطہ معلوم کریں جس کی لمبائی اس کی چوڑائی سے تین گناہ زیادہ ہے اور اس کا رقبہ 720.75 مربع میٹر ہے۔ پارک میں بازگاٹے کا خرچ بحساب 195 روپے فی میٹر میں معلوم کیجیے۔ (جدوجہد کے لئے تیسرا کا طریقہ استعمال کریں)

**حل:** ہمارے پاس ہے۔

$$\begin{array}{lcl}
 (\text{پارک کی چوڑائی}) \times 3 & = & \text{پارک کی لمبائی} \\
 \text{مربع میٹر} & = & 720.75 \text{ مختلی پارک کا رقبہ} \\
 \text{بازگاٹے کا خرچ} & = ? & \text{(i) احاطہ} = ? \\
 \text{(ii)} & &
 \end{array}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} = \text{مختلی پارک کا رقبہ}$$

$$\text{چوڑائی} \times (\text{چوڑائی}) 3 = 720.75 \text{m}^2$$

$$720.75 \text{m}^2 = (\text{چوڑائی})^2$$

$$(\text{چوڑائی})^2 = \frac{720.75 \text{m}^2}{3}$$

$$(\text{چوڑائی})^2 = 240.25 \text{m}^2$$

$$\text{چوڑائی} = \sqrt{240.25 \text{m}^2}$$

$$\text{چوڑائی} = 15.5 \text{m} \quad \text{پس}$$

15.5	
1	2 4 0 . 2 5
+ 1	- 1
2 (5)	1 4 0
+ 5	- 1 2 5
3 0 (5)	1 5 2 5
	- 1 5 2 5
	0

پ =  $24 \times 4 = 96$   
 پ =  $25 \times 5 = 125$   
 پ =  $26 \times 6 = 156$   
 پ =  $304 \times 4 = 1216$   
 پ =  $305 \times 5 = 1525$

$$\text{میٹر} = 3 \times 15.5 = 46.5 \quad (\text{چوڑائی}) \quad \text{لہائی}$$

$$(\text{چوڑائی} + \text{لہائی}) 2 \quad \text{احاطہ}$$

$$\text{میٹر} = 2(46.5 + 15.5) = 2 \times 62 = 124$$

$$\text{روپے} = 195 \quad 1 \text{ میٹر بازارگاہ کا خرچ}$$

$$\text{روپے} = (124 \times 195) = 24,180 \quad 124 \text{ میٹر بازارگاہ کا خرچ}$$

### مشق 5.4

- کسی مردح کا رقم 73.96 میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لہائی ہتھیے۔
- 324 فوتی قطار میں یوں کھڑے ہیں کہ قطاروں کی تعداد ہر قطار میں موجود فوجیوں کی تعداد کے برابر ہیں۔ قطاروں کی تعداد معلوم کیجیے۔
- 275 کو کس چھوٹے سے چھوٹے عدد سے ضرب کیا کہ ایک مکمل مردح بن جائے؟
- 648 کو کس چھوٹے سے چھوٹے عدد سے تقسیم کریں کہ ایک مکمل مردح بن جائے؟
- ایک مستطیلی سونگ پول کی لہائی اور چوڑائی بالترتیب 243 میٹر اور 27 میٹر ہے۔ ایک مردح تما سونگ پول کی لہائی معلوم کیجیے جس کا رقم 24.5 میٹر ہے۔ ایک مردح کے ضلع کی لہائی معلوم کیجیے جس کا رقم 12 میٹر ہے۔
- ایک مشاث کا قاعده اور اونچائی بالترتیب 8 سینٹی میٹر اور 4.5 سینٹی میٹر ہے۔ ایک مردح کے ضلع کی لہائی معلوم کیجیے جس کا رقم مشاث کا دو گناہے۔
- ایک مردح نامیدان کا رقم 617796 میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لہائی معلوم کیجیے۔

8

ایک نمری کے مالک نے 89500 پودوں کو مردی کی کوشش کی۔ مگر بعد میں اس کو لم ہوا کہ 99 پورے ٹھنڈے ہیں۔ معلوم کیجیے کہ نمری کے مالک نے ایک قطار میں کتنے پورے لگائے۔ (اشارہ: 89500 - 99 = ?)

9- 15198 میں سے کون سا چھوٹے سے چھوٹا عدد تفریق کریں کہ مکمل مردی بن جائے؟

10- اس عدد کو معلوم کیجیے جسے خود سے ضرب دے کر 992.8801 کا عدد حاصل ہو جائے۔

11- ایک مستطیل کے اضلاع کی بیانیں معلوم کیجیے جس کی لمبائی اس کی چوڑائی سے چارگنا اور رقب 51.84 مردی ہے۔

12- ایک دائرہ کی سومنگ پول کا رقب 154 مردی ہے۔ سومنگ پول کا رد اس معلوم کیجیے۔

## اعداد مشق 5

1- درج ذیل والوں کے جوابات دیجیے۔

(i) کسی عدد کے مردی سے کیا مراد ہے؟

(ii) مکمل مردی کی تعریف کریں۔

(iii) 50 میں سے کون سا چھوٹے سے چھوٹا عدد تفریق کریں کہ مکمل مردی بن جائے؟

(iv) بڑے قدرتی اعداد کا جذر معلوم کرنے کے دو طریقے بتائیں۔

2- غالی جگہوں کو نہ کہیں۔

..... 4, 9, 16, 25, ..... (i) کہلاتے ہیں۔

.....  $x^2 - y^2$  کا ..... (ii) کہلاتے ہیں۔

..... طرف ہاتے ہیں۔ (iii) تقسیم کے طریقے سے مکمل اعداد کے جذر معلوم کرتے ہوئے، ہندسوں کے جوڑے

..... (iv) ایسا عدد جس کا جذر غیر تھتم اور غیر متواں کسر اعشار یہ ہوتی ہے۔ عدد کہلاتا ہے۔

$$\sqrt{\square} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{100}} \quad (vi)$$

$$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\square} \quad (v)$$

-3

درست جواب پر بھی کاٹان (کر) لے۔

(i) درج ذیل میں سے کون سا مکمل مرکب نہیں ہے؟

$$\sqrt{25-9} \quad (\text{ا}) \quad \sqrt{16+9} \quad (\text{ب}) \quad \sqrt{25+9} \quad (\text{ج})$$

(ii) اگر مرکب نمائش کے پاس کا احاطہ 40 میٹر ہو تو اس کا رقبہ ہوتا ہے:

$$(\text{ا}) 60 \text{ متر مربع} \quad (\text{ب}) 400 \text{ متر مربع} \quad (\text{ج}) 100 \text{ متر مربع} \quad (\text{د}) 1600 \text{ متر مربع}$$

$$\sqrt{2\frac{1}{4}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{iii})$$

$$0.015 \quad (\text{ا}) \quad 10.5 \quad (\text{ج}) \quad 1.5 \quad (\text{ب}) \quad 0.15 \quad (\text{ا})$$

درج ذیل کا مذکور معلوم کیجیے۔

-4

$$(\text{i}) \quad 1024 \quad (\text{ii}) \quad 484 \quad (\text{iii}) \quad \frac{196}{49} \quad (\text{iv}) \quad 6.25$$

$$(\text{v}) \quad 0.0225 \quad (\text{vi}) \quad \frac{1225}{3025} \quad (\text{vii}) \quad 2\frac{14}{25} \quad (\text{viii}) \quad 1\frac{40}{81}$$

$$(\text{ix}) \quad 10.89 \quad (\text{x}) \quad 1\frac{23}{121} \quad (\text{xi}) \quad \frac{225}{324} \quad (\text{xii}) \quad 3.0625$$

$$(\text{xiii}) \quad 29.16 \quad (\text{xiv}) \quad 1\frac{539}{1225}$$

مفرد تجزیی کی مدد سے درج ذیل کو ثابت کیجیے۔

-5

$$(\text{i}) \quad \sqrt{16 \times 81} = \sqrt{16} \times \sqrt{81} \quad (\text{ii}) \quad \sqrt{0.25 \times 0.04} = \sqrt{0.25} \times \sqrt{0.04}$$

$$(\text{iii}) \quad \sqrt{\frac{5625}{625}} = \frac{\sqrt{5625}}{\sqrt{625}} \quad (\text{iv}) \quad \sqrt{\frac{5.76}{1.44}} = \frac{\sqrt{5.76}}{\sqrt{1.44}}$$

-6 کسی فوبی جملے کے لیے 10201 فوجیوں نے اپنی پوزیشن کچھ یوں ہائی کر قطاروں کی تعداد ہر قطار میں موجود فوجیوں کی تعداد کے برابر ہے۔ ہر قطار میں موجود فوجیوں کی تعداد تاتی ہے۔

-7 کسی تاجنے ایک مرکب نمائش پارک خریدا جس کا رقبہ 50625 متر مربع ہے۔ ہر اس پارک کے گرد ہر میٹر کے قابلے پر لائس پول لگانا چاہئے ہے۔ اس مقصد کے لیے اس پارک کا احاطہ معلوم کریں۔ کیا ہے؟

-8 ایک بیگنے کے مطابقی سو سو گنگ پول کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 125 میٹر اور 45 میٹر ہے۔ ایک مردی نہماں سو گنگ پول کی لمبائی معلوم کیجیے جس کا رقمہ مطابقی سو سو گنگ پول کے برابر ہے۔

-9 ایک بیچنے 8 سینٹی میٹر اونچائی اور 18 سینٹی میٹر قاعده والی مشکث ہائی۔ اب وہ ایک مردی بنانا چاہتے ہیں جس کا رقمہ اس مشکث کا دو گنا ہو۔ اس مردی کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

-10 حل کیجیے۔

(i) 605 کوں چھوٹے ترین عدد سے ضرب دیں کہ یہ مکمل مردی بن جائے؟

(ii) 3675 کوں چھوٹے ترین عدد سے تقسیم دیں کہ یہ مکمل مردی بن جائے؟

(iii) ایک مردی کا رقمہ 94.09 مردی میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی کیا ہے؟

(iv) ایک مردی کے ضلع کی لمبائی 55.5 میٹر ہے۔ مردی کا رقمہ کیا ہے؟

## خلاصہ

- کسی عدد کی خود سے ضرب اس عدد کا مکمل مردی کہلاتا ہے۔

- ایسا قدر تی عدد کا مکمل مردی ہوتا ہے جو کسی اور قدر تی عدد کا مردی ہو۔

- جتنے عدد کا مردی جتنے اور طاقت عدد کا مردی طاقت ہوتا ہے۔

- واجب کر کا مردی اس کسر سے چھوٹا ہوتا ہے۔

- 1 سے چھوٹے اعشاری عدد کا مردی اس اعشاری عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔

- چذر معلوم کرنا اور کسی عدد کا مردی لینا ایک دوسرا سے کے مقابلہ مل گیں۔

- اگر  $\frac{1}{x}$  ایسا عدد ہو کہ  $x = \frac{1}{y}$  تو  $\frac{1}{x}$  کا مردی  $y$  کہلاتا ہے اور  $\frac{1}{x}$  کا چذر  $y$  کہلاتا ہے۔

- چذر کو ظاہر کرنے کے لیے علامت "—" کے "استعمال کرتے ہیں جو ریڈیکل کہلاتی ہے۔

- قلوٹ کر کا چذر معلوم کرنے کے لیے اسے غیر واجب کر میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

- اعشاری عدد کو کسر میں تبدیل کر کے اس کا چذر معلوم کیا جاتا ہے۔

## تغیر راست اور معکوس

### تمدرسی مقاصد

اس یونٹ کی تجھیل کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- مسلسل تاب کی تحریف کریں اور تاب راست اور معکوس کو ہن لشین کریں۔
- اکالی اور تاب کے طریقوں سے (تاب راست اور معکوس سے متعلق) روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کریں۔
- تاب کی مدد سے وقت اور کام سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کریں۔
- وقت اور فاصلے کا درمیانی تعلق (یعنی پہنچ) کے بارے میں جانیں۔
- پہنچ کی اکالیوں (کامیزٹی گھنٹے کو بیٹھنی سکنڈ اور اس کے برعکس) کو تجدیل کریں۔
- وقت اور فاصلے سے متعلق تغیرات کے عبارتی سوالات حل کریں۔

فرض کریں کہ کوئی شخص چائے بانے کے لیے 1 کپ دودھ اور 3 کپ پانی استعمال کرتا ہے۔ تم ان دونوں مقداروں کا موازنہ نسبت کی اصطلاح میں کچھ یوں کر سکتے ہیں کہ چائے میں دودھ اور پانی کی نسبت 1:3 ہے۔ جس نسبت دو یادو سے زائد ایک جیسی مقداروں کے موازنے کو کہتے ہیں۔ جسے ان کے درمیان کوئی (:) کی علامت لگا کر لکھا جاسکتا ہے۔  
 ”دو یہم جس مقداروں کا باہمی عددی تعلق نسبت کہلاتا ہے۔“

## 6.1 مسئلہ نسبت

اگر تین مقداروں  $a$ ,  $b$  اور  $c$  کی نسبتیں  $a:b$  اور  $b:c$  اور  $a:c$  تو  $a:b:c$  ان تین مقداروں کی مسئلہ نسبت کہلاتی ہے۔ جس کو یوں ظاہر کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} a : b \\ b : c \\ \hline a : b : c \end{array}$$

یہاں نسبت  $a:b:c$  ایک مسئلہ نسبت ہے جو دو یہم درمیانی تعلق کی وضاحت کرتی ہے اور تین مقداروں  $a$ ,  $b$  اور  $c$  کے درمیانی تعلق کی وضاحت کرتی ہے۔

مندرجہ بالا وضاحت سے ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ  $b$  دونوں نسبتوں میں ایسا مشترک رکن ہے جس کی بدولت ان نسبتوں کو مطابیجاہارہا ہے۔ یہ رکن ان کا مقنون تفریز رکن کہلاتا ہے۔

اوپر دیے گئے طریقے کے مطابق مشترک رکن کو بھیج دیا رکان کے درمیان میں لکھا جاتا ہے۔

**مثال 1:** تین مقداروں  $a$ ,  $b$  اور  $c$  کی آپس میں نسبت یوں ہے کہ  $1:2$  اور  $2:3$  اور  $a:b:c = ?$  ان کی مسئلہ نسبت معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{l} a : b = 1 : 2 \\ b : c = 2 : 3 \\ a : b : c = ? \end{array}$$

دونوں نسبتوں میں:

دو یہم درمیانی تعلق کا مشترک رکن 'b' ہے۔ لہذا

$$\begin{array}{r} a \qquad \qquad b \qquad \qquad c \\ 1 \qquad : \qquad 2 \qquad \qquad \qquad \\ \hline 1 \qquad : \qquad 2 \qquad : \qquad 3 \end{array}$$

یہاں  $a:b:c = 1:2:3$  ہے۔ لہذا  $a:b:c = 1:2:3$  مطلوبہ مسئلہ نسبت ہے۔

اگر مشابہ دو نسبتوں کے مقامات پر ارکان مساوی نہ ہوں تو وہ دو نسبتوں کے ارکان کو ایسے اعداد سے ضرب دی جائی ہے جو مقامات عکس  
ارکان کو مساوی کر دیتے ہیں جیسا کہ یہ نتیجہ ظاہر ہے۔

$$\frac{a}{ac} : \frac{b}{bc} = \frac{c}{bc} : \frac{d}{bd}$$

**مثال 2:** سلیم اور حیدر کی آمدن میں 3:2 کی نسبت ہے جب کہ عمران اور سلیم کی آمدن میں 1:5 کی نسبت ہے۔ ان سب کی آمدن کے درمیان مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

**حل:**

$$\text{سلیم اور حیدر کی آمدن میں نسبت} = 2:3$$

$$1:5 = \text{عمران اور سلیم کی آمدن میں نسبت}$$

یہاں سلیم مشترک رکن ہے مگر وہ دونوں نسبتوں میں آمدن کی قدر ایک جیسی نہیں ہے لہذا پہلے مشترک رکن کی قدر یہ برابر کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{سلیم} & & & & \text{عمران} \\ & & 2 & : & & & 1 \\ 3 & : & & & & & \\ & & 5 & : & & & \\ \hline 15 & : & 10 & : & & & 2 \end{array}$$

لہذا 15:10:15:2 مطلوب مسلسل نسبت ہے۔

**مثال 3:** اگر 3:5 اور  $a:b:c = 1:3$  ہے اور  $a:b = 1:3$  اور  $b:c = 2:5$  معلوم کیجیے۔

**حل:**

$$a:b = 1:3$$

$$b:c = 2:5$$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مشترک رکن 'b' ہے۔ لہذا

$$\begin{array}{ccccccc} a & & b & & c & & \\ 1 & : & 3 & : & & & \\ & & 2 & : & 5 & & \\ \hline 2 & : & 6 & : & & & 15 \end{array}$$

لہذا  $a:b:c = 2:6:15$  ہے۔

مندرجہ بالا سے ہم غور کر سکتے ہیں کہ  $a = 2$  اور  $c = 15$  ہے۔ لہذا  $a:c = 2:15$  ہے۔

## مسئلہ 6.1

اگر  $a:b:c = 5:6$  اور  $a:b = 3:5$  معلوم کیجیے۔ -1

اگر  $r:s = 1:4$  اور  $r:s:t = 2:3$  معلوم کیجیے۔ -2

اگر  $p:q:r = 1:2$  اور  $p:q = 1:2$  معلوم کیجیے۔ -3

اگر  $x:y:z = 3:2$  اور  $x:y:z = 1:2$  معلوم کیجیے۔ -4

اگر  $l:m:n = 5:6$  اور  $l:m = 1:7$  معلوم کیجیے۔ -5

ایک بکری میں 3 بل روٹی اور اٹھوں کی فروخت کی نسبت 2:3 ہے اور اٹھوں اور دودھ کی فروخت کی نسبت 1:3 ہے۔ -6

انٹے، دودھ اور ڈبل روٹی کی مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

احمد اور عرفان کو کاروبار میں منافع 4:5 کی نسبت سے واجب کر عرفان اور سیم کے نفع کی نسبت 8:9 ہے۔ احمد، عرفان -7

اور سیم کے درمیان نفع کی نسبت معلوم کیجیے۔

ایک سروے کے مطابق لوگ چکن اور ملن 1:2 کی نسبت سے پسند کرتے ہیں جبکہ بیف کی پسندیدگی کی نسبت -8

5:2 ہے۔ چکن، ملن اور بیف کی لوگوں میں پسندیدگی کی نسبت معلوم کیجیے۔

ریاضی کے ایک تیزیت میں زارا، مونا اور کول نے یقین دی گئی نسبت سے نمبر حاصل کیے۔ -9

$$4:5 = \text{زارا اور مونا کی نسبت}$$

$$4:3 = \text{مونا اور کول کی نسبت}$$

زارا، مونا اور کول کے حاصل کردہ نمبروں کی مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

### • تاب

تجھیلی جماعتیں میں ہم کیے پچے ہیں کہ کوئی ہی چار مقداروں میں اُس وقت تاب ہوتا ہے جب پہلے اور دوسراے رکن کی نسبت اُس کے تیسراے اور چوتھے رکن کی نسبت کے برابر ہو۔ دوسرے لفظوں میں چار مقداریں  $a, b, c, d$  اور  $a:b:c:d$  اس وقت تاب میں ہوتی ہیں جب  $a:b = c:d$  ہو۔ آئیے جو کچھ گرامنے تجھیلی جماعت میں تاب کے مختلف پڑھاؤں کو ذہرا تے ہیں۔

#### و حلمن

$$a : b :: c : d$$

↑      ↑  
↓      ↓  
 طرفین

اگر کسی تاب کا دوسرا اور تیسرا زکن قدر میں برابر ہو جیسا کہ  $a:b:c :: b:c$  میں  $b$ , تو یہ علیٰ تاب کہلاتا ہے۔

دو سبیلیں صرف اور صرف تاب میں ہوتی ہیں جب:

طرفین کا حاصل ضرب = وظیفین کا حاصل ضرب

کسی تاب کا پچھا زکن اس کا پچھا تاب کہلاتا ہے۔ مثلاً تاب  $a:b:c:d :: a:d$  ایسا زکن ہے جو  $b, c$  اور  $c, d$  کا پچھا تاب ہے۔

ایسا تعقیل جس میں ایک مقدار کے بڑھنے یا کم ہونے سے دوسری مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھنے یا کم ہو، تاب راست کہلاتا ہے۔

ایسا تعقیل جس میں ایک مقدار کے بڑھنے یا کم ہونے سے دوسری مقدار اسی نسبت سے کم یا بڑھے، تاب محفوظ کہلاتا ہے۔

ایسا طریقہ جس کی مدد سے زیادہ چیزوں کی قیمت کا حساب کسی ایک (اکائی) چیز کی قیمت معلوم کر کے کیا جائے، اکائی کا طریقہ کہلاتا ہے۔

**مثال 1:** غازی کی 2 ہفتوں کی آمدن 7500 روپے ہے۔ اگر وہ ایک نئے میں 6 دن کام کرتا ہے تو اس کی 2 دن کی آمدن کیا ہوگی؟

### اکائی کا طریقہ

$$\text{روپے} = \frac{7500}{12} \text{ دن کی آمدن}$$

$$\text{روپے} = \frac{7500}{12} \text{ دن کی 1 دن کی آمدن}$$

$$\text{روپے} = \frac{7500 \times 2}{12} = 1250 \text{ دن کی 2 دن کی آمدن}$$

غازی کی 2 دن کی آمدن 1250 روپے ہے۔

### تاب کا طریقہ

دن اور آمدن میں راست تاب ہے۔

دن	روپے
12	7500
2	x
$\frac{2}{12}$	$\frac{x}{7500}$
x	$\frac{2}{12} \times 7500 = 1250$

غازی کی 2 دن کی کمائی 1250 روپے ہے۔

**مثال 2:** ایک کام کو 10 لاکے 4 دنوں میں مکمل کرتے ہیں۔ اسی کام کو 20 لاکے کتنے دنوں میں مکمل کریں گے؟

### اکائی کا طریقہ

حل:

زیادہ لاکے کام کو کم دنوں میں مکمل کریں گے۔

$$\text{دن 4} = \frac{10}{4} \text{ کے کام مکمل کرتے ہیں}$$

$$\text{دن } (4 \times 10) = 1 \text{ لاکے کام مکمل کرتا ہے}$$

$$\text{دن 2} = \frac{4 \times 10}{20} = 20 \text{ لاکے کام مکمل کرتے ہیں}$$

### عاب کا طریقہ

لاکے اور کام میں ملکوس تماش ہے۔

$$\begin{array}{c} \text{دن} & \text{لاکے} \\ \uparrow 4 & \downarrow 10 \\ x & 20 \\ \hline \frac{x}{4} & = \frac{10}{20} \\ x & = \frac{4 \times 10}{20} \end{array}$$

**مثال 3:** 125 آدمی کسی سڑک کو 120 دن میں تغیر کر سکتے ہیں۔ کتنے آدمی اسی کام کو 100 دنوں میں کر سکتے ہیں؟

### اکائی کا طریقہ

حل:

کم دنوں میں کام کرنے کے لیے ہمیں زیادہ آدمیوں کی ضرورت ہے۔

$$\text{آدمی 125} = \text{120 دنوں میں آدمی سڑک تغیر کر سکتے ہیں}$$

$$\text{آدمی } (125 \times 120) = \text{1 دن میں آدمی سڑک تغیر کر سکتے ہیں}$$

$$\text{آدمی } \left( \frac{125 \times 120}{100} \right) = \text{150 دنوں میں آدمی سڑک تغیر کر سکتے ہیں}$$

### عاب کا طریقہ

آدمی اور دنوں میں ملکوس تماش ہے۔

$$\begin{array}{c} \text{آدمی} & \text{دن} \\ \uparrow 125 & \downarrow 120 \\ x & 100 \\ \hline \frac{x}{125} & = \frac{120}{100} \\ x & = \frac{120 \times 125}{100} \end{array}$$

آدمی اسی کام کو 100 دنوں میں مکمل کر سکتے ہیں۔

## 6.2

1- دیے گئے ہر تاب میں  $m$  کی قیمت مطہم کیجیے۔

- (i)  $13:3 = m:6$
- (ii)  $m:5 = 3:10$
- (iii)  $35:21 = 5:m$
- (iv)  $9:m = 54:42$
- (v)  $0.21:6.3 = 0.06:m$
- (vi)  $1.1:m = 0.55:0.27$

2- 6, 15, 2 کا چوتھا تاب کیا ہے؟

3- 5 اور 16 کو ملی تاب سے حاصل کیجیے۔

4- ایک طازم کو 6 دن کی اجرت 2130 روپے ہے اسکی اگلے اگر اس کی ماہان اجرت 9230 روپے ہو تو معلوم کیجیے کہ اس نے ایک ماہ میں کتنے دن کام کیا؟

5- اگر 1750m میلے کرنے کے لیے 75 قدم پڑے ہے۔ تاپے ۰، ۳۷۵ قدم پھل کر کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

6- اگر 32 بی.<sup>2</sup> 500 cm<sup>3</sup> بجھ گھرتے ہیں تو اس طرح کے 3175 بول کے لیے کتنی جگہ درکار ہوگی؟

7- 200 گھن میٹر میں ایک یکپیں 60 گھن کی خودراک موجود ہے۔ میکی خودراک کتنے عرصے کے لیے کافی ہوگی۔ اگر

(a) کجھ میں 150 اندر میں کردار ہے جائیں۔

(b) کچھ میں 240 اندر میکروہزار ہے جائیں۔

## 6.2 وقت، کام اور فاصلہ

### 6.2.1 وقت اور کام

وقت اور کام سے حاصل ہوالات ہی کرتے ہوئے ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ:

• وقت اور کام کے درمیان راست تاب میں ہے لیکن زیادہ کام سرانجام دینے کے لیے زیادہ وقت درکار ہوتا ہے اور کم وقت میں کام بھی کم ہی ہو جاتا ہے۔

• کام کرنے والوں کی تعداد اور وقت کے درمیان ممکن تاب میں ہوتا ہے کہ کم زیادہ لوگ کام کو کم وقت میں مکمل کر لیتے ہیں جبکہ کم کی کام کے لیے زیادہ وقت ہوتے ہیں کی صورت میں کم لوگ اس کام کی کافی ہوتے ہیں۔

**مثال 1:** اگر ایک لڑکی 1 گھنٹے میں 720 مرجب دری کو دہلتی ہے تو وہ 35 منٹوں میں کتنی مرجب دری کو دپائے گی؟

**حل:** ری کو دنے اور وقت کے درمیان راست نااسب ہے۔ لہذا ہم اس صورت حال کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{c} \text{وقت} \quad \text{کو دننا} \\ \uparrow 60 \quad \uparrow 720 \\ \uparrow 35 \quad | \\ \frac{35}{60} = \frac{x}{720} \\ x = \frac{720 \times 35}{60} = 420 \end{array}$$

1 گھنٹہ = 60 منٹ ∴

مرجب 420

**مثال 2:** اگر ایک انسان کا دل 1 منٹ میں 72 دھڑکنیں کرتا ہے تو معلوم کریں کہ دل 204 دھڑکنیں میں کتنا وقت لے گا؟

**حل:** دل کے دھڑکنے اور وقت کے درمیان راست نااسب ہے۔ ہم صورت حال کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{c} \text{دھڑکنیں} \quad \text{وقت} \\ \uparrow 60 \quad \uparrow 72 \\ \uparrow x \quad | \\ \frac{x}{60} = \frac{204}{72} \\ x = \frac{204 \times 60}{72} = 170 \end{array}$$

1 منٹ = 60 سیکنڈ ∴

2 منٹ اور 50 سیکنڈ یا سیکنڈ 170

**مثال 3:** اگر 36 آدمی ایک دباؤ کو 21 دنوں میں بنا سکتے ہیں تو معلوم کچھی کر کتے آٹھ اسی دباؤ کو 14 دنوں میں بنا لیں گے۔

**حل:** آدمیوں اور وقت کے درمیان معکوس نااسب ہے اس صورت حال کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{c} \text{آدمی} \quad \text{دن} \\ \uparrow 36 \quad \downarrow 21 \\ \uparrow x \quad | \\ \frac{x}{36} = \frac{21}{14} \\ x = \frac{21 \times 36}{14} = 54 \end{array}$$

ناسب معکوس ∴

### مشق 6.3

- 1 اگر ایک آدمی 450 میٹر پر 6 گھنٹے میں ہن سکتا ہے تو 14 گھنٹوں میں وہ کتنے میٹر کپڑا بنتے گا؟
- 2 اگر ایک 162 کلو میٹر لبی سڑک 9 ماہ میں تعمیر کی جاسکتی ہے تو 306 کلو میٹر لبی سڑک تعمیر کرنے کے لیے کتنے ماہ درکار ہوں گے؟
- 3 آدمی ایک عمارت 7 ماہ میں تعمیر کر سکتے ہیں۔ کتنے آدمی کم کرنے سے اسی عمارت کو 9 ماہ میں تعمیر کی جا سکتا ہے؟
- 4 عاصمہ 5 قیصیں 14 منٹوں میں اسٹری کر سکتی ہے تو 35 قیصیں اسٹری کرنے میں اسے کتنا وقت درکار ہو گا؟
- 5 12 پانی کے پہپ ایک پانی کا نینک 20 منٹوں میں خالی کرتے ہیں لیکن اگر 2 پہپ خراب ہو جائیں تو ہتایے باقی پہپوں کو نینک خالی کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟
- 6 14 گھوڑے ایک میدان کو 25 دنوں میں چڑھتے ہیں۔ ہتایے 35 گھوڑے اسی میدان کو کتنے دنوں میں چڑھتے گے؟
- 7 ایک مردوں کو 744 میٹر بے راستے کو 24 دنوں میں مرمت کر سکتا ہے۔ اگر وہ 587 میٹر بے راستے کی مرمت کر پکا ہے تو معلوم کچھی کہ باقی راستے وہ کتنے دنوں میں مرمت کر لے گا؟
- 8 ایک کسان 40 یکٹرہ میں پر 16 گھنٹے میں ہل چلا سکتا ہے۔ ہتایے 36 گھنٹوں میں وہ کتنے یکٹروں میں ہل چلا سکتا ہے؟
- 9 ایک برلن دھونے والا 1350 برتن 1 گھنٹے میں وہوتا ہے اگر اسے ہر یہ 16 منٹ اور دیے جائیں تو وہ کل کتنے برلن دھو پائے گا؟

### 6.2.2 وقت اور فاصلے کے درمیان تعلق

ہم روزمرہ زندگی میں اپنے اردوگرد بہت سی چیزیں حرکت کرتی ہوئی دیکھتے ہیں جیسے کہ گاڑیاں، پرندے، انسان، بھرپور جہاز، چانور، غیرہ۔ یہ چیزیں دورانِ حرکت ایک خاص وقت میں مخصوص پہنچ سے کچھ فاصلہ طے کرتی ہیں۔ ان تینوں مقداروں کے درمیان تعلق کھنکے کے لیے ہم یہ پنج یا گیا فارمولہ استعمال کر سکتے ہیں۔

$$\text{وقت} \times \text{سینڈ} = \text{فاصلہ}$$

دیے گئے فارمولے سے ہمیں یہ طم ہوتا ہے کہ

-1 فاصلے کا وقت اور سینڈ سے راستہ تابع کا تعلق ہے۔

-2 وقت کا سینڈ سے تابع مکملوں کا تعلق ہے۔

**دوسرا اعماق کا درمیانی وقت "وقت" کہلاتا ہے۔ اور اس کی اکالی "سینڈ" ہے۔**

## و رفتار کی اکائیاں

اکائی وقت میں طے کیا گیا فاصلہ، پسند کھلاتا ہے۔

$$\frac{\text{وقت}}{\text{فاصلہ}} = \frac{\text{پسند}}{\text{میعنی}} \quad (\text{رفتار})$$

پسند کے لئے مختلف اکائیاں استعمال کی جاتی ہیں مثلاً کلو میٹر فی گھنٹہ، میٹر فی سینڈ وغیرہ۔ ہم ان اکائیوں کو لکھنے کے لیے ڈاٹلی اکائیاں (کلو میٹر، میٹر) کو وقت کی اکائیوں (گھنٹہ، منٹ، سینڈ) پر تقسیم کرتے ہیں۔

پسند کی اکائیوں کو دوسری اکائیوں میں بھی تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ اسے ہم پچھوٹا لوں سے ہرید واضح کرتے ہیں۔

**مثال 1:** 54 کلو میٹر فی گھنٹہ کی پسند کو میٹر فی سینڈ میں تبدیل کیجیے۔

حل:

$$\text{کلو میٹر فی گھنٹہ } 54 = \text{ پسند} \quad \therefore 1 \text{ کلو میٹر} = 1000 \text{ میٹر}$$

$$\text{کلو میٹر } 54 = \text{ فاصلہ} \quad \therefore 1 \text{ گھنٹہ} = 60 \text{ منٹ}$$

$$\text{منٹ } 1 = \text{ وقت} \quad \therefore 1 \text{ منٹ} = 60 \text{ سینڈ}$$

$$\text{میٹر فی سینڈ} = \frac{54 \times 1000}{60 \times 60} = \frac{54000}{3600} = 15$$

**مثال 2:** 10 میٹر فی سینڈ کی پسند کو کلو میٹر فی گھنٹہ میں تبدیل کیجیے۔

حل:

$$\text{میٹر فی سینڈ } 10 = \text{ پسند} \quad \therefore 1 \text{ کلو میٹر} = 1000 \text{ میٹر}$$

$$\text{میٹر } 10 = \text{ فاصلہ} \quad \therefore \frac{1}{1000} \text{ کلو میٹر}$$

$$\text{سینڈ } 1 = \text{ وقت} \quad \therefore 1 \text{ گھنٹہ} = 3600 \text{ سینڈ}$$

$$\therefore 1 \text{ سینڈ} = \frac{1}{3600} \text{ گھنٹہ}$$

$$\text{کلو میٹر فی گھنٹہ } 36 = \frac{10/1000}{1/3600} = \frac{10 \times 3600}{1 \times 1000}$$

**مثال 3:** ایک 360 کلو میٹر کا فاصلہ 5 گھنٹوں میں طے کرتا ہے۔ اس کی پسند معلوم کیجیے۔

(i) کلو میٹر فی گھنٹہ میں      (ii) میٹر فی سینڈ میں

فراہم فاصلہ = 360 کلو میٹر، وقت = 5 گھنٹے، پسند = ?

فارمولہ استعمال کرنے سے

$$\text{کلومیٹر فی گھنٹہ } 72 = \frac{360}{5} = \frac{\text{فاصلہ}}{\text{وقت}} = \frac{360}{\text{سینڈ}}$$

(ii) میٹر فی سینڈ میں

$$\text{میٹر } 360000 = 36 \times 1000 = \text{میٹر میں فاصلہ}$$

$$\text{سینڈ } 60 \times 60 = 5 \times 60 = 18000 = \text{سینڈ میں وقت}$$

اب سینڈ کی اکالی کو میٹر فی گھنٹہ میں تبدیل کریں۔

$$\text{کلومیٹر فی گھنٹہ } 72 = \frac{360000}{3600} = \frac{72 \times 1000}{1 \times 60 \times 60} = \frac{\text{میٹر فی سینڈ}}{\text{سینڈ میں وقت}}$$

### مشتق 6.4

1- سینڈ کی اکالیوں کو میٹر فی سینڈ میں تبدیل کیجیے۔

$$(i) 72 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ} \quad (ii) 144 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ}$$

$$(iii) 216 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ} \quad (iv) 360 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ}$$

$$(v) 1152 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ} \quad (vi) 180 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ}$$

2- سینڈ کی اکالیوں کو کلومیٹر فی گھنٹہ میں تبدیل کیجیے۔

$$(i) 10 \text{ میٹر فی سینڈ} \quad (ii) 25 \text{ میٹر فی سینڈ}$$

$$(iii) 5 \text{ میٹر فی سینڈ} \quad (iv) 30 \text{ میٹر فی سینڈ}$$

$$(v) 15 \text{ میٹر فی سینڈ} \quad (vi) 20 \text{ میٹر فی سینڈ}$$

3- ارم 4 کلومیٹر فی گھنٹہ کی سینڈ سے سکول جاتی ہے اور اسے سکول پہنچنے میں 45 منٹ لگتے ہیں۔ بتائیے سکول اس کے گھر سے کتنے فاصلے پر ہے؟

4- ایک نان سانپ ٹرین لا ہو رہے شام 4 بجے روانہ ہوتی ہے اور اگلے روز صبح 10 بجے کراچی پہنچتی ہے۔ اگر ٹرین کی سینڈ

$$70 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ} \text{ تو لا ہو اور کراچی کے درمیان فاصلہ معلوم کیجیے۔}$$

5- ایک سائیکل سوار 30 میٹر لمبے میل کو  $\frac{1}{4}$  منٹوں میں پار کرتا ہے۔ سائیکل سوار کی سینڈ معلوم کیجیے۔

6- ایک گاڑی 201 کلومیٹر کا فاصلہ 3 گھنٹوں میں مکمل کرتی ہے۔ بتائیے 7 گھنٹوں میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

7- ایک بس 36 کلومیٹر فی گھنٹہ کی سینڈ سے چلتا ہے۔ بتائیے 15 گھنٹوں میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

8- ایک بس صبح 11 بجے اسلام آباد سے روانہ ہوتی ہے اور شام 3 بجے لا ہو رہنچ جاتی ہے۔ اگر لا ہو اور اسلام آباد کے درمیان

$$\text{فاصلہ } 380 \text{ کلومیٹر ہے تو بس کی سینڈ معلوم کیجیے۔}$$

## اعادہ مشق 6

- 1- دیے گئے سوالوں کے جوابات دیکھیے۔
- راستہ تاب کی تعریف کیجیے۔
  - سلسلہ نسبت کے کچھ چیزیں؟
  - وقت، پسیہ اور قاطع کا تعقل ظاہر کرنے کے لیے ڈراما لکھیے۔
  - پسیہ کی تعریف کیجیے۔
- 2- حال جنگوں کو زندگی کیجیے۔
- فاطمہ کا..... اور پیغمبر سے راستہ تاب کا اتنی ہے۔
  - کام کرنے والوں کی تعداد اور رات کے درمیان تباہی کا سبب ہوتا ہے۔
  - تمن مقدماروں کی دوستیوں کے ناٹ کو کہتے ہیں۔
  - وقت  $\times$  ..... = قابل
- 3- وقت = پسیہ
- (vi) دوستیوں  $b : a$  اور  $b : b$  کہدا ہے۔
- 4- ذرست جواب پر (ا) کاٹن لگائیے۔
- (i) 36 کلو میرنی گھنٹوں کو میرنی سیلان میں تبدیل کرنے سے ماضی ہے۔
- (الف) 1 میرنی سیلان (ب) 5 میرنی سیلان (ج) 10 میرنی سیلان (د) 20 میرنی سیلان
- (ii) دو واقعات کا درمیانی وقت کہلاتا ہے۔
- (الف) وقت (ب) پسیہ (ج) فاطمہ (د) نسبت
- (iii) اگر  $x : 20 = 2 : 5$  تو  $x =$
- (الف) 8 (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج) 2 (د) 50
- (iv) ایک آدمی 1 کلو میرنی گھنٹی کی پسیہ سے گل رہا ہے۔ 30 میٹر میں وہ قابلیت کرے گا۔
- (الف)  $\frac{1}{4}$  کلو میرنی (ب)  $\frac{1}{3}$  کلو میرنی (ج)  $\frac{1}{2}$  کلو میرنی (د)  $\frac{3}{5}$  کلو میرنی

4

غالی خانے پر کچھ جب کہ  $x$  اور  $y$  کے درمیان راست ناپ بہے۔

$x$	2	4	6	8	10
$y$	4		12	16	

غالی خانے پر کچھ جب کہ  $x$  اور  $y$  کے درمیان ملکوں ناپ بہے۔

5

$x$	1	2	4	6	8
$y$	24	12			3

- 6- ایک جماعت میں 8 آنس کریم 5 طلب پر مشتمل ہر گروپ کو پیش کی جاتی ہیں۔ اگر جماعت میں مل 40 طلباء ہیں تو ٹکل کتنی آنس کریم پیش کی جائیں گی؟

- 7- 50 لاکھوں کے ایک ہائل میں 40 ٹون کے لیے خوارک موجود ہے۔ اگر ہائل میں 30 لاکھیاں اور آجائیں تو ہوتا یہ ہی خوارک کتنے دن پل پائے گی؟

- 8- اگر 721 آدمی ایک پل 48 ٹون میں قبیر کر لیتے ہیں تو وہی پل 1648 لوگ کتنے ٹون میں قبیر کریں گے؟

- 9- ایک رکش 36 کلو میٹر فی گھنٹہ کی سیندھ سے سفر کرتا ہے تو 20 گھنٹوں میں وہ کتنا سفر طے کرے گا؟

- 10- ایک بس 60 کلو میٹر فی گھنٹہ کی سیندھ سے کوئی فاصلہ 3 گھنٹوں میں طے کرتی ہے۔ یہی فاصلہ 80 کلو میٹر فی گھنٹہ کی سیندھ سے کتنے وقت میں طے ہو گا؟

### خلاصہ

تمن مقداروں کی دوستوں کے مجموعے کو مسلسل نسبت سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

ایسا تعلق جس میں ایک مقدار بڑھانے سے دوسری مقدار اُسی نسبت سے کم ہو یا ایک مقدار کو کم کرنے سے دوسری مقدار کملا گاتا ہے۔

ایسا تعلق جس میں ایک مقدار بڑھنے آئم ہونے سے دوسری مقدار اُسی نسبت سے کم بڑھنے، ناپ ملکوں کملا گاتا ہے۔

وقت اور کام کے درمیان راست ناپ ہوتا ہے جب کہ آدمیوں کی تعداد اور وقت کے درمیان ملکوں ناپ ہوتا ہے۔

فاصلہ، رفتار اور وقت کے درمیان تعلق کو سمجھنے کے لیے ہم فارمولہ استعمال کرتے ہیں۔

$$\text{وقت} \times \text{سیندھ} = \text{فاصلہ}$$

دو واقعیات کے درمیانی وقفہ کو وقت کہتے ہیں۔

فی اکائی میں طے کیا گیا فاصلہ سیندھ کملا گاتا ہے۔

## مالي امور سے متعلق حساب

### درستی مقاصد

اس بحث کی تکمیل کے بعد طلباء و طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- یا پرنسپلز اور جزئیں کی وضاحت کریں۔
- تکمیل سے متعلق عبارتی سوالات حل کریں۔
- سالاد منافع / مارک اپ کی شرح معلوم کریں۔
- منافع / مارک اپ سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کریں۔
- زکوٰۃ اور غیرہ کی تعریف کریں۔
- زکوٰۃ اور غیرہ سے متعلق عبارتی سوالات حل کریں۔

کسی بھی گورنمنٹ کو حکومتی امور چالنے کے لیے رقم کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس مقصد کے لیے گورنمنٹ موام سے رقم آشنا کرتی ہے اور انہیں اس کے خوض تجھظے، ہسپتاں، تعلیم، دفاع، سڑکیں، پارک، غیرہ جیسی سہولیات فراہم کرتی ہے۔ یہ رقم تجسس کہلاتی ہے۔ پاکستان میں مختلف اقسام کے تجسس اداکیے جاتے ہیں مگر یہاں ہم صرف پر اپرنی تجسس اور جزل سیلز تجسس پر بحث کریں گے۔

### 7.1.1 پر اپرنی تجسس اور جزل سیلز تجسس

#### پر اپرنی تجسس

ایسا تجسس جو ہر اپرنی پر وصول کیا جائے، پر اپرنی تجسس ایک صوبائی تجسس ہے جو کسی پر اپرنی کی قیمت کے مطابق ادا کیا جاتا ہے۔ یہ عموماً ایک مخصوص شرح 2% کے حساب سے ادا کیا جاتا ہے مگر صوبے کے حوالے سے اس کی شرح تبدیل ہوتی رہتی ہے۔

مثال 1: 62,00,000 روپے میلت کی ایک پر اپرنی کا پر اپرنی تجسس بحساب 0.8% کی شرح سے معلوم کیجیے۔

حل:

$$\begin{aligned} \text{روپے } 62,00,000 &= \text{پر اپرنی کی میلت} \\ \text{تجسس کی شرح} &= 0.8\% \\ \text{پر اپرنی تجسس} &= ? \\ \text{پر اپرنی تجسس} &= 0.8\% \text{ کے } 62,00,000 \\ &= \frac{8}{1000} \times 6,200,000 = 49,600 \end{aligned}$$

مثال 2: رجم نے 2% کی شرح سے 8,676 روپے ابطور پر اپرنی تجسس ادا کیے۔ رجم کی پر اپرنی کی میلت معلوم کیجیے۔

حل:

$$\begin{aligned} \text{روپے } 8,676 &= \text{پر اپرنی تجسس} \\ \text{تجسس کی شرح} &= 2\% \\ \text{پر اپرنی کی میلت} &= ? \end{aligned}$$

اکانی کا طریقہ استعمال کرنے سے

$$\text{روپے } = \frac{8,676}{2} = 4,338 \text{ روپے}$$

$$\text{روپے } = \left( \frac{8,676}{2} \right) \times 100 = 433,800 \text{ روپے}$$

$$\text{روپے } = \left( \frac{8,676}{2} \times 100 \right) = 433,800 \text{ روپے}$$

رجم کی پارٹی کی مالیت 433,800 روپے ہے۔

## جزل سلزیکس

ایسا نکس جو فوجی ارجمند خریدتے ہوئے یعنی واگہ ادا کرتا ہے، جزل سلزیکس کہلاتا ہے۔

جزل سلزیکس چیزوں کی قیمت فروخت پر فیصد کے مطابق گورنمنٹ لاگو کرتی ہے۔ پاکستان میں صنعت کی اقسام اور استحقی کو مدد فخر رکھتے ہوئے اس کی شرح 0% سے 25% تک ہوتی ہے۔

**پاکستان میں چند بنیادی اشیاء بیشول گندم، چاول، دالیں، سبزیاں، گوشت، پولٹری، کتا ہیں، ادویات، غیرہ پر جزل سلزیکس لاگو نہیں ہوتا۔**

**مثال 3:** سیم نے ایک کار 875,000 روپے میں خریدی اور 17% نکس ادا کیا۔ سیم نے کتنا نکس ادا کیا؟

$$\text{روپے } = 875,000 = \text{کار کی قیمت}$$

$$17\% = \text{نکس}$$

$$\text{جزل سلزیکس} = ?$$

$$= 17\% \text{ of } 875,000$$

$$= \left( \frac{17}{100} \times 875,000 \right)$$

$$= (17 \times 8750) = 148,750$$

**پاکستان میں سلزیکس کی بنیادی شرح  
17%**

**مثال 4:** ایک موبائل کی قیمت 8,800 روپے بیشول 10% جزل سلزیکس ہے۔ موبائل کی اصل قیمت کیا ہے؟

$$\text{روپے } = 8,800 = \text{موبائل کی قیمت}$$

$$10\% = \text{جزل سلزیکس کی شرح}$$

$$? = \text{اصل قیمت}$$

$$\text{موبائل کی فیصد قیمت} = 100\% + 10\% = 110\%$$

اکائی کے طریقے کا استعمال کرنے سے

$$\text{روپے } 8,800 = \text{موباکل کی } 110\% \text{ قیمت$$

$$\text{روپے } \left( \frac{8,800}{110} \right) = \text{موباکل کی } 10\% \text{ قیمت$$

$$\text{روپے } \left( \frac{8,800}{110} \times 100 \right) = \text{موباکل کی } 100\% \text{ قیمت$$

پس، موبائل کی اصل قیمت 8,000 روپے ہے۔

### مسئلہ 7.1

- 1. ہر چیز کی وہ قیمت معلوم کیجیے جو کا بک کو 16% تک رس کے ساتھ ادا کرنا ہوگی۔
- (i) فٹ بال = 800 روپے      (ii) ریکس = 1250 روپے
- (iii) ہائی = 1650 روپے      (iv) بیان = 2100 روپے
- 2. 948,000 روپے میں کی ایک پر اپنی پر 1.5% کی شرح سے پر اپنی تک رس معلوم کیجیے۔
- 3. حارت نے 0.8% کی شرح سے 2,068 روپے کا پر اپنی تک رس ادا کیا۔ پر اپنی کی مالیت معلوم کیجیے۔
- 4. 18720 روپے کا پر اپنی تک رس ادا کیا گیا جبکہ پر اپنی کی مالیت 1,560,000 روپے تھی۔ معلوم کیجیے کہ پر اپنی تک رس کتنے فی صد ہے؟
- 5. ایک کھلونے کی قیمت بیشول 945 روپے ہے۔ کھلونے کی اصل قیمت معلوم کیجیے۔
- 6. 650,000 روپے میں کی ایک پر اپنی پر 1.8% کی شرح سے پر اپنی تک رس معلوم کیجیے۔
- 7. فرج نے 2% کی شرح سے 9240 روپے کا پر اپنی تک رس ادا کیا۔ اس کی پر اپنی کی مالیت معلوم کیجیے۔
- 8. ایک بچکل کی قیمت بیشول 6480 روپے ہے۔ بچکل کی اصل قیمت کیا ہے؟

### 7.2 منافع اور مارک اپ

ہم جانتے ہیں کہ بڑی میں کمائے کے لیے عموماً اشیا کی قیمت پر خریدی جاتی ہے اور پھر زیادہ قیمت پر بیچ دی جاتی ہیں۔ اس سلسلے میں لفظ ہوتا ہے۔ یعنی

قیمت خرید - قیمت فروخت - نفع

اس نفع پر بحث کرتے ہوئے ہم اکثر دو اصطلاحات کا استعمال کرتے ہیں، منافع اور مارک اپ۔ ان دونوں اصطلاحات کے درمیان فرق جاننے کے لیے آئیے ہم باری باری ان کا تذکرہ کرتے ہیں۔

## • محتاج

محتاج سے مراد کسی چیز کی فروخت پر ہونے والا نفع ہوتا ہے۔ اس کا حساب قیمت خرید کی فی صد پر کیا جاتا ہے جو بھی اس کے نیچے ظاہر ہے۔

$$\text{نفع} \times 100\% = \% \text{ نفع}$$

$$\text{قیمت خرید}$$

## • مارک اپ

ہماری روزمرہ زندگی میں ہم اکثر کسی چیز کو خریدنے کے لیے اپنے دوستوں اور رشتہ داروں سے اور حارلے لیتے ہیں جس کو کوئی عرضے بعد ادا کر دیتے ہیں۔ کچھ بینک اور ادارے بھی یعنی خدمات دیتے ہیں اور اس کے عوض پر کوئی معاوضہ لیتے ہیں جس کو مارک اپ کہتے ہیں۔

مارک اپ اس رقم کو کہتے ہیں جو قیمت فروخت جاننے کے لیے قیمت خرید میں بیش کی جاتی ہے۔

عموماً مارک اپ کو کسی چیز کی اصل قیمت کے فی صد کے طور پر معلوم کیا جاتا ہے۔ یہ مارک اپ کی شرح کہلاتی ہے اور ادا شدہ رقم پر بیش کہلاتی ہے۔ فرض کریں پر بیش رقم کو "P" ، مدت وقت کو "T" اور مارک اپ کی شرح کو "R" سے ظاہر کرتے ہیں تو مارک اپ کی رقم ہوگی۔

$$\text{مارک اپ} = \frac{\text{RPT}}{100}$$

مثال 1: عائد نے ایک جیولری سیٹ 84,000 روپے میں خرید کر 85,500 روپے میں فروخت کر دیا۔ نفع فی صد معلوم کیجیے۔

$$\text{حل: } \text{روپے} = 84,000 \quad \text{(C.P)} \quad \text{قیمت خرید}$$

$$\text{روپے} = 85,500 \quad \text{(S.P)} \quad \text{قیمت فروخت}$$

$$\text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت} = \text{نفع}$$

$$= 85,500 - 84,000 = 1,500$$

$$\text{نفع} \times 100\% = \% \text{ نفع}$$

$$\text{قیمت خرید}$$

$$= \left( \frac{1,500}{84,000} \times 100 \right) \% = 1.79\%$$

**مثال 2:** علیم نے قطعوں پر ایک نیلی دیرہن 12% سالانہ مارک اپ کی شرح سے 15,000 روپے میں خریدا۔ اگر مدت 3 سال کی ہو تو نیلی دیرہن کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

حل:

$$\begin{aligned} \text{روپے } 15,000 &= \text{قیمت خرید (P)} \\ \text{روپے } 12\% \text{ سالانہ} &= \text{مارک اپ کی شرح (R)} \\ \text{سال } 3 &= \text{مدت وقت (T)} \\ ? &= \text{نیلی دیرہن کی قیمت} \end{aligned}$$

فارموں کے استعمال سے

$$\text{روپے } = \frac{\text{RPT}}{100} = \frac{12 \times 15,000 \times 3}{100} = 5,400$$

$$\begin{aligned} \text{مارک اپ} + \text{قیمت خرید} &= \text{نیلی دیرہن کی قیمت} \\ \text{روپے } 15,000 + 5,400 &= 20,400 \end{aligned}$$

**مثال 3:** عمران نے ایک بائیک 3,978 روپے میں بچ کر 17% منافع حاصل کیا۔ بائیک کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔

حل:

$$\begin{aligned} \text{روپے } 3,978 &= \text{قیمت فروخت (S.P)} \\ \text{روپے } 17\% \text{ منافع} &= \text{قیمت خرید (C.P)} \end{aligned}$$

فارموں کے استعمال سے

$$\text{قیمت فروخت (S.P)} = \frac{\text{قیمت خرید (C.P)}}{(100\% + \% \text{ منافع})}$$

$$\text{روپے } = \left( \frac{3978}{117} \times 100 \right) = 3,400$$

**مثال 4:** حاتم نے ایک موٹرسائیکل 135,000 روپے کی خریدی اور 62% منافع کے ساتھ بیچ دی موٹرسائیکل کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

حل:

### طریقہ 1

$$62\% \text{ منافع} = ?$$

$$\text{روپے } 135,000 = \text{قیمت خرید}$$

$$\begin{aligned}
 \text{قیمت فروخت} &= (100\% + 62\%) \text{ کم } 135,000 \\
 &= (62\% \text{ کم } 135,000) + 135,000 \\
 &= \left( \frac{62}{100} \times 135,000 \right) = 83,700 + 135,000 \\
 &= 218,700
 \end{aligned}$$

### طریقہ II

$$\text{نفع} = \frac{\text{قیمت خرید}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\%$$

$$62 = \frac{\text{نفع}}{135,000} \times 100$$

$$\text{نفع} = \left( \frac{62 \times 135,000}{100} \right) = 83,700$$

اہم جانے یہیں کہ

$$\text{نفع} + \text{قیمت خرید} = \text{قیمت فروخت}$$

$$\text{روپے} = 135,000 + 83,700 = 218,700$$

**مثال 5:** کسی پیز کامارک اپ معلوم کیجیے جس کی قیمت 10 سالانہ شرح سے 73 دن کے بعد 45,000 روپے ہے۔

$$\text{روپے} 45,000 \text{ پر پہلے} (P) = 45,000$$

$$\text{سالانہ} 10\% \text{ مارک اپ کی شرح}$$

$$\text{مارک اپ} = ?$$

$$\text{سال} \frac{1}{5} = \frac{73}{365} \text{ سال} \quad (T) = 73 \text{ دن} \quad \text{مدت وقت}$$

قارمولاگی مدد سے

$$\text{مارک اپ} = \frac{RPT}{100}$$

$$= \frac{10 \times 45,000 \times \frac{1}{5}}{100} \quad \text{روپے}$$

$$= \frac{10 \times 45,000 \times 1}{100 \times 5} = 900 \quad \text{روپے}$$

**مثال 6:** کسی پر بیل رقم پر 12.5% سالانہ کی شرح سے 6 ماہ کا مارک اپ 820 روپے بناتا ہے۔ پر بیل رقم معلوم کیجیے۔

**حل:**

$$\text{روپے } 820 = \text{مارک اپ}$$

$$\text{مارک اپ کی شرح} (R) = 12.5\%$$

$$\text{سال} = \frac{6}{12} = \text{ماہ} 6 = \text{مدت وقت} (T)$$

$$\text{پر بیل رقم} (P) = ?$$

فارمولا کے استعمال سے

$$\text{مارک اپ} = \frac{\text{RPT}}{100}$$

$$820 = \frac{12.5 \times \frac{1}{2} \times P}{100}$$

$$\text{پر بیل رقم} (P) = \frac{820 \times 100 \times 2}{12.5 \times 1} = 13,120$$

پس، پر بیل رقم 13,120 روپے ہے۔

## مشن 7.2

-1 فارمولا کی مدد سے ہا معلوم مقداریں معلوم کیجیے۔

	خراج	مدت وقت	پر بیل رقم	مارک اپ
(i)	500 روپے	سال 2		12%
(ii)	205 روپے	سال 1		8%
(iii)	528 روپے	سال 10		
(iv)	350 روپے		3,500 روپے	2.5%
(v)	100,000 روپے	سال 3		1.25%
(vi)	1,050 روپے	سال 5		4.5%

-2 عذنان نے 196 روپے کے بھیساپ 40 روپے کی درجن خریدے اور 4 روپے کی انہوں کے حساب سے بچ دیے۔ اگر ان میں سے 13 اہمے خراب ہوں تو نفع کی صد معلوم کیجیے۔

- 3 اگر کسی موبائل کا 16% نفع 832 روپے ہو تو موبائل کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔
- 4 نیا نے ایک خراب کاک 750 روپے میں خرید کر اس کی مرمت پر 425 روپے خرچ کیے۔ کاک کی قیمت فروخت کیا ہوتی چاہیے اگر خیال سے 25% منافع کمائنا چاہتا ہے۔
- 5 75500 روپے کی پر چل رقم 90% سالانہ کی شرح سے 4 سال کا مارک اپ معلوم کیجیے۔
- 6 اجلا نے ایک گاڑی 280,000 روپے میں خرید کر 2000 روپے مزید اس پر خرچ کیے۔ اگر وہ 7.5% منافع حاصل کرنے چاہتی ہے تو گاڑی کی قیمت فروخت کیا ہوئی چاہیے؟
- 7 ایک بائیکل کی قیمت بیشول مارک اپ 105610 روپے ہے۔ اگر مارک اپ کی شرح 5% سالانہ ہو تو 1461 دن کا مارک اپ معلوم کیجیے۔
- 8 خوشی نے 100,000 روپے میں کمپیوٹر خریدا اور اس پر 2 سال کے لیے 25000 روپے کا مارک اپ ادا کیا۔ خوشی نے مارک اپ کس شرح سے ادا کیا؟

### 7.3 زکوٰۃ اور غیر

زکوٰۃ اور غیر قرآن و سنت کی روشنی میں مسلمانوں پر عائد کیے جائے ہیں اور یہ مسلمانوں کے لیے صادقہ کا درجہ رکھتے ہیں۔ آئیے ان کا تذکرہ باری کرتے ہیں۔

#### و زکوٰۃ

زکوٰۃ اسلام کے 5 بیلیون افراد میں سے ایک لاکن ہے۔ جس کا نخاذ کی اسلام کے پاس پورا سال رہ جاتے والی دولت پر ہوتا ہے۔ اسلام نے اس کی شرح 2.5% رکھی ہے۔

سو نے کا انصاب (وہ کم از کم مالیت جس پر زکوٰۃ واجب ہوتی ہے) 7.5 تو لے اور چناندی کا انصاب 52.5 تو لے ہوتا ہے۔

**مثال 1:** حیم کے پاس پورا سال 949,000 روپے کی بچت رہی۔ جسے حیم کو تھی زکوٰۃ دینا ہوگی؟

**حل:**  $\text{رہنمائی} = \frac{\text{رہنمائی}}{\text{کل بچت}} \times 100$

$= \frac{949,000}{949,000} \times 2.5\% = 2.5\%$

$= \frac{2.5}{100} \times 949,000 = 23,725$

$= \frac{2.5 \times 949,000}{1,000} = 23,725$

$= \frac{2.5 \times 949,000}{1,000} = 23,725$

$= \frac{2.5 \times 949,000}{1,000} = 23,725$

لہذا حیم کو 23,725 روپے بطور زکوٰۃ دینا ہوں گے۔

**مثال 2:** ابراہیم نے 7500 روپے بطور زکوٰۃ ادا کیے۔ تا یے کتنی رقم پر زکوٰۃ دی گئی؟

حل:

$$\text{روپے } 7,500 = \text{ ابراہیم کے پاس موجود رقم کا } 2.5\%$$

$$\text{روپے } \frac{7,500}{2.5} = \text{ ابراہیم کے پاس موجود رقم کا } 1\%$$

$$\text{روپے } \frac{7,500}{2.5} \times 100 = 300,000 = \text{ ابراہیم کے پاس موجود رقم کا } 100\%$$

غیرہ

غیرہ کا مطلب دسوں ہوتا ہے۔ یہ زرعی یہدی اور پعاائد ہوتا ہے۔ اگر زرعی زمین کی آب پاشی بذریعہ قدرتی ذرائع مثلاً بارش، چشمیں، ندیوں و غیرہ سے کی جائے تو غیرہ یہدی اور کا 10% شرح سے ہوتا ہے۔ جبکہ مصنوعی طریقوں سے کی گئی آب پاشی چھیسا کر کنوں بائیوں انتہاب دلیل وغیرہ کی صورت میں غیرہ آدمیانہ 15% دادا کیا جاتا ہے۔

**مثال 3:** ایک کسان نے اپنی گندم کی قصل 995,400 روپے میں فروخت کی۔ غیرہ کی رقم 10% کی شرح سے معلوم کیجیے۔

حل:

$$\text{روپے } 995,400 = \text{ کل رقم}$$

$$= \text{غیرہ کی شرح } 10\%$$

$$= ?$$

$$\text{روپے } 995,400 = \text{ غیرہ کی رقم } 10\%$$

$$= \left( \frac{10}{100} \times 995,400 \right)$$

$$= 99,540$$

پس غیرہ کی رقم 99,540 روپے ہے۔

**مثال 4:** عدنان نے آم بچ کر 5% کی شرح سے 3,675 روپے بطور غیر کے ادا کیے۔ آموں کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

حل:

$$\begin{aligned} \text{روپے } 3,675 &= \text{غیر کی رقم} \\ \text{روپے } 5 &= \text{غیر کی شرح} \\ ? &= \text{آموں کی رقم} \end{aligned}$$

$$\text{روپے } 3,675 = \text{آموں کی رقم کا } 5\%$$

$$\text{روپے } \left( \frac{3,675}{5} \right) = \text{آموں کی رقم کا } 100\%$$

$$\text{روپے } \left( \frac{3,675}{5} \times 100 \right) = 73,500 \text{ آموں کی قیمت فروخت}$$

پس آموں کی رقم 73,500 روپے ہے۔

### مشق 7.3

- 1 نوشن کے پاس 62,480 روپے کی رقم ایک سال تک رہی۔ ہتائیے نوشن کتنی زکوڑ ادا کرے گی؟
- 2 سبانے 2250 روپے بطور زکوڑ ادا کیے۔ اس کی رقم کی کتنی مالیت ہے؟
- 3 ندیم نے 6075 روپے بطور زکوڑ دیے۔ اس کے پاس کتنی رقم ہے؟
- 4 سلیم نے چاول کی فصل سے 114,700 روپے کمائے اور 5% کی شرح سے غیر ادا کیا۔ ہتائیے اس نے غیر کی کتنی رقم ادا کی؟
- 5 نبیل نے 398,160 روپے کے سبب فروخت کیے اور 10% غیر ادا کیا۔ غیر کی رقم معلوم کیجیے۔
- 6 شمع کی سالانہ بیکٹ 222,000 روپے ہے۔ ہتائیے وہ کتنی زکوڑ ادا کرے گی؟
- 7 محل نے 10% شرح سے غیر کی رقم 7,895 روپے ادا کی۔ ہتائیے غیر کتنی رقم پر تھا؟
- 8 ایک کسان کو 88,460 روپے حاصل ہوئے۔ 5% کی شرح سے غیر کی رقم ہتائیے نیز باقی حق جانے والی اصل رقم بھی ہتائیے۔

### اعادہ مشق 7

- 1 درج ذیل موالوں کے جوابات دیجیے۔
  - (i) لیکن کیا کیا مطلب ہوتا ہے؟
  - (ii) جزل میز لیکن کی تعریف کریں۔

(iii) منافع اور مارک اپ کے درمیان کیا فرق ہوتا ہے؟

(iv) اسلام نے زکوٰۃ کی کیا شرح رکھی ہے؟

(v) عشر کیا ہے؟

2- خالی جگہوں کو ہے سمجھیے۔

(i) ایسا نیکس جو پر اپرنی پر لیا جائے ..... کہلاتا ہے۔

(ii) ایسا نیکس جو خریدار کوئی چیز خریدتے وقت یعنی واٹ کو ادا کرتا ہے ..... کہلاتا ہے۔

(iii) اسی رقم جو قیمت فروخت معلوم کرنے کے لیے قیمت خرید میں جمع کی جائے ..... کہلاتی ہے۔

(iv) زکوٰۃ اور عشر کو ..... اور سنت کی روشنی میں عائد کیا جاتا ہے۔

(v) مارک اپ اس رقم کو کہتے ہیں جو قیمت فروخت جانتے کے لیے ..... میں جمع کی جاتی ہے۔

3- درست جواب پر صحیح کا نشان (✓) لگایے۔

(i) عشر کا مطلب ہوتا ہے:

(الف) پونچھائی ..... (ب) پانچواں ..... (ج) آنھواں ..... (د) جواں

(ii) ایسا نیکس جو خریدار یعنی واٹ کو ادا کرنے کہلاتا ہے۔

(الف) جزل میلز نیکس ..... (ب) پر اپرنی نیکس ..... (ج) زکوٰۃ ..... (د) عشر

(iii) اسی رقم جو ہم کسی چیز کو فروخت کر کے کہاتے ہیں کہلاتی ہے۔

(الف) نیکس ..... (ب) منافع ..... (ج) مارک اپ ..... (د) عشر

(iv) اسلام نے زکوٰۃ کی شرح مقرر کی ہے:

10% (ر) ..... 7.5% (ث) ..... 5% (ب) ..... 2.5% (الف)

(v) مصنوعی طریقے سے آب پاشی کی گئی زمین پر عشر ہوگا:

10% (ر) ..... 5% (ج) ..... 4% (ب) ..... 2.5% (الف)

- 4- ایک گھر کا پارٹی نیکل 20% کے حساب سے معلوم کیجیے جس کی قیمت 1,450,000 روپے ہے۔
- 5- عدالت 1.6% کی شرح سے 16000 روپے بطور پارٹی نیکس ادا کیے اس کی پارٹی کی مالیت معلوم کیجیے۔
- 6- ایک محلوں کی قیمت 500 روپے ہے اگر اس پر 16% جزء نیکس ہو تو اس کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔
- 7- نیکل نے 4000 روپے میں ایک بیگ خریدا جس پر اس نے مزید 560 روپے جزء نیکس ادا کیا تاہم اس نے کتنے فی صد جزء نیکس ادا کیا؟
- 8- تمہیر نے ایک بائیکل 25% مذاہنگ کے ساتھ 4500 روپے میں فروخت کی۔ بائیکل کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔
- 9- ایک دوکان دار نے 900 روپے میں کیلو یونیٹ 22% مذاہنگ کیا۔ کیلو یونیٹ کی اصل قیمت معلوم کیجیے۔
- 10- کوئی نے ایک سال میں 96000 روپے کی بچت کی۔ وہ کتنی زکوٰۃ ادا کرے گی؟
- 11- سلیم کے پاس 2400 کلوگرام گندم ہے۔ گندم کی قیمت 30 روپے فی کلوگرام ہے۔ وہ کتنا عشرہ ادا کرے گا؟

### خلال صدی

- نیکس اس رقم کو کہتے ہیں جو گورنمنٹ اپنے ریاستی معاملات کو چلانے کے لیے ایک منصوص شرعاً میں موام سے مسول کرتی ہے۔
- پارٹی پر وصول کیا جانے والا نیکس، پارٹی نیکس کہلاتا ہے۔
- ایسا نیکس جو خریدار چیزیں خریدتے وقت بینچنے والے کو ادا کرتے ہیں، جزء نیکس کہلاتا ہے۔
- اسی رقم جو قیمت فروخت جانے کے لیے قیمت خرید میں تباخ کی جائے، ماڈک اپ کہلاتی ہے۔
- کسی چیز کی فروخت پر ہونے والی کمائی، مذاہنگ کہلاتی ہے۔
- زکوٰۃ اسلام کے 5 بنیادی ارکان میں سے ایک رکن ہے۔ جس کا تناؤ کسی مسلمان کے پاس پر اسال رہ جانے والی دولت پر ہوتا ہے۔ اسلام نے اس کی شرح 2.5% رکھی ہے۔
- عشرہ کا مطلب دسوال ہوتا ہے۔ یہ زرعی پیداوار پر عائد ہوتا ہے۔

# الجبری جملے

## مدرسی مقاصد

اس یونٹ کی میکل کے بعد طلب اور طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- مستقل رقم کی ایسی علامت کے طور پر تعریف کریں جس کی عددی قیمت مخصوص ہوتی ہے۔

- متغیر کو ایک ایسی مقدار کے طور پر بیان کریں جس کی مختلف عددی قیمتیں ہوتی ہیں۔

- غیر عددی قیمت کو ایسے نامعلوم عدد کے طور پر بیان کریں جس کو حروف تہجی سے ظاہر کیا جائے ہو۔

- الجبری جملے کو ایسے اعداد اور متغیرات کے طور پر بیان کریں جو اس کی علامت سے جوڑے ہوتے ہیں۔

- کثیر رتی کی تعریف ایسے الجبری جملے کے طور پر کریں جس کے تمام متغیرات کی قسم مل اعداد ہوں۔

- یک رتی، دو رتی، سر رتی کو با ترتیب ایک رقم، دو رقموں اور تین رقموں والی کثیر رتی کے طور پر بیجا نیں۔

- دو یا زیاد کثیر رقموں کو تبعی کریں۔

- ایک کثیر رتی میں سے دوسری کثیر رتی کو تبعی کریں۔

- حاصل ضرب معلوم کریں۔

→ یک رتی کا یک رتی سے۔

→ یک رتی کا دو رتی / سر رتی سے۔

→ دو رتی کا دو رتی / سر رتی سے۔

- الجبری جملے بیشمول بحث، تجزیہ اور ضرب و تقسیر کر پائیں۔

- الجبری کلیات کو بیجا نیں اور ان کی پڑھائیں۔

►  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab.$

►  $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2.$

►  $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2,$

►  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$

- الجبری جملوں کے اجزاء ضربی (بذریعہ الجبری کلیات) معلوم کریں۔

- الجبری جملوں کے اجزاء ضربی (گروپ بنا کر) معلوم کریں۔

## 8.1 الجبری مختصر

الجبرا ریاضی کی اہم شاخوں میں سے ایک ہے۔ یہ ریاضی کی زبان میں جزوں کے درمیان وقت کے ساتھ ساتھ تبدیل ہونے والے تعلقات کی ترجیحی کرتا ہے۔ ہم اپنی بچپنی جماعت میں الجبرا کے بنیادی نظریات بیشمول کچھ بنیادی عوامل کے اثرات کا تعارف، تغیرات کے صورات اور الجبرا جملوں کے اختصار کے بعد ان کی قیمتیں معلوم کرنا یقیناً پچھے ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

الجبرا عربی زبان کا لفظ ہے جس کا مطلب " جدا حصوں کو اکٹھا کرنا " ہوتا ہے۔

### 8.1.1 غیر عددی قیمتیں

ایسے حروف یا ازوف جیسی جو نامعلوم مقداروں کو معلوم کرنے کے لیے استعمال ہوں، غیر عددی قیمتیں کہلاتی ہیں۔ مثال کے طور پر کسی مستطیل کا رقبہ اس کی لمبائی اور پھر اس کو باہم ضرب دینے سے حاصل ہو سکتا ہے۔ یعنی

$$b \times l = \text{رقبہ}$$

جب کہ لمبائی =  $l$  اور پھر اس کی لمبائی کو  $b$  ہے۔ ظاہر ہے  $l$  اور  $b$  نامعلوم مقداریں ہیں۔ لہذا یہ غیر عددی قیمتیں کہلاتی ہیں۔

### 8.1.2 مستقل

اسکی علامت جس کی کوئی مخصوص عددی قیمت ہو مستقل کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر الجبرا جملہ  $5 + 4y^2 + 2x$  میں  $5$  ایک مستقل مقدار ہے۔

### 8.1.3 تغیر

اسکی علامت جو غیر عددی قیمت سے ظاہر کی جائے اور اس کی مختلف عددی قیمتیں ممکن ہوں، تغیر کہلاتی ہے۔  $x+4$  میں  $x$  تغیر اور  $4$  مستقل ہے۔

### 8.1.4 الجبرا جملہ

اعداد اور تغیرات کا ایسا مرکب جس میں یہ بنیادی عوامل (+, -, ×, ÷) سے جڑے ہوں، الجبرا جملہ کہلاتا ہے۔ یعنی  $4x+3y+8$ ،  $a^2+b^2-2ab$  وغیرہ۔

### • الجبرا رقم

الجبرا جملے کے وہ حصے جو عوامل کی علامت "+" اور "-" سے علیحدہ کیے گئے ہوں، الجبرا رقم کہلاتے ہیں، یعنی  $a+b$  میں  $a$  اور  $b$  دو الجبرا رقم ہیں۔

## 8.1.5 کیٹری

باقی اور مخفی ایک سے زیادہ جزوں کے لیے استعمال ہوتا ہے مگر الجبرا میں کیٹری دو یا دو سے زیادہ رقوم کے علاوہ ایک رقم والے الجبرا بھی کوئی ظاہر کرتا ہے۔

کیٹری کے لیے تغیرات کی تمام قوائم کامل اعداد ہوئی چاہیں۔ مثال کے طور پر  $9, 3x, x^2+2x+1, x^2+3x+2$  وغیرہ کیٹری ہیں کیونکہ ان کی قوائم  $(\pm 1, \pm 2)$  کامل اعداد ہیں۔ جتنے کیٹری ہیں مگر  $x^2+1, x^2+3x+2$  وغیرہ کیٹری نہیں ہیں کیونکہ ان کی قوائم  $(\pm 1, \pm 2)$  کامل اعداد نہیں ہیں۔ ”ایسا الجبرا جملہ جس کے تغیرات کی قوائم سب کی سب کامل اعداد ہوں، کیٹری کہلاتا ہے۔“

## 8.1.6 یک رتی، دو رتی اور سر رتی کی پہچان

**یک رتی:** ایک رقم پر مشتمل کیٹری، یک رتی کہلاتا ہے۔ یعنی  $5, 3x, 2ab$  وغیرہ یک رتی ہیں۔

**دو رتی:** دو رقم پر مشتمل کیٹری، دو رتی کہلاتا ہے۔ یعنی  $a-3b, 6x+a$  وغیرہ دو رتیاں ہیں۔

**سر رتی:** تین رقم پر مشتمل کیٹری سر رتی کہلاتا ہے۔ یعنی  $2a+3b+c, x^2+3x+5$  وغیرہ سر رتیاں ہیں۔

بھر مجموعاً کیٹری کو ترجیح نہیں میں لکھتے ہیں اور کیٹری کی یہ ترتیب ایک مختصر کے مطابق ہوتی ہے۔ مثلاً ہم کیٹری  $x^2 - x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + x^{12} + x^{14} + x^{16}$  کے مطابق  $x^0 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + x^{12} + x^{14} + x^{16}$  لکھتے ہیں۔

## مشتق 8.1

-1 رقوم کو جمع کر کے الجبرا جملہ کریں۔

- |                        |                       |                            |
|------------------------|-----------------------|----------------------------|
| (i) $2ab, 3bc, ca$     | (ii) $7l^2, 3m^2, -8$ | (iii) $p^2, -q^2, -r^2$    |
| (iv) $5xyz, 2yz, -8xy$ | (v) $-2ab, a, -bc, c$ | (vi) $9lm, 8mn, -10ml, -2$ |

-2 ہر جملے میں موجود مستقلات اور تغیرات لکھیں۔

- |           |               |                     |
|-----------|---------------|---------------------|
| (i) $x+3$ | (ii) $3a+b-2$ | (iii) $l^2+m^2+n^2$ |
| (iv) $5a$ | (v) $2x^2-1$  | (vi) $3l^2-4n^2$    |

-3 یک رتی، دو رتی اور سر رتی کی شناخت کیجیے۔

- |                |                   |                       |
|----------------|-------------------|-----------------------|
| (i) $x+y-z$    | (ii) $-6l$        | (iii) $2x^2-3$        |
| (iv) $abc$     | (v) $x^2+2xy+y^2$ | (vi) $(-a)^3$         |
| (vii) $l-m$    | (viii) $7a^2-b^2$ | (ix) $lm+mn+nl$       |
| (x) $2a-3b-4c$ | (xi) $11x^2y^2$   | (xii) $a^3+a^2b+ab^2$ |

## 8.2 کیٹریمی کے عوامل

یاد کریں کہ جگہی یہ اسی میانے کا اطلاق کرنا سمجھ کچھ ہے ہیں۔ اب ہم ان کے بارے میں ہر یہ سمجھیں گے۔

### 8.2.1 کیٹر قیوں کی جمع اور تفریق

کیٹر قیوں میں جمع اور تفریق کا وہی طریقہ ہے جو ایک جسمی رقم کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ یہ طریقہ درج ذیل ہے۔

- ہم کیٹریمی کو کسی بھی ترتیب میں مرتب کر سکتے ہیں مگر باعوم ہم اسے ترتیب نزولی میں مرتب کرتے ہیں اور ایک جسمی رقم کو ایک کالم میں رکھ کر جمع کرتے ہیں۔
- تفریق کے عمل کے لیے ہم تفریق کی جانے والی کیٹریمی کی رقم کی صرف علامات تبدیل کر دیتے ہیں اور ان کو جمع کر دیتے ہیں۔

**مثال 1:** دیے گئے کیٹر قیوں کو جمع کیجیے۔

$$(i) 2x^4y^2 + x^3y + x^2y - 5, 2x^2y - x^4y^2 + x^3y + 1, 2 - x^4y^2 + x^3y - 7x^2y$$

$$(ii) x^2 + y^2 + 2xy, y^2 + z^2 + 2yz, 2x^2 + 3y^2 + z^2, z^2 - 2xy - 2yz$$

حل:

$$(i) 2x^4y^2 + x^3y + x^2y - 5, 2x^2y - x^4y^2 + x^3y + 1, 2 - x^4y^2 + x^3y - 7x^2y$$

تمام کیٹر قیوں کو ترتیب نزولی میں لکھیں اور ایک جسمی رقم کو ایک کالم میں لکھیں۔

$$\begin{array}{r} 2x^4y^2 + x^3y + x^2y - 5 \\ - x^4y^2 + x^3y + 2x^2y + 1 \\ - x^4y^2 + x^3y - 7x^2y + 2 \\ \hline 0x^4y^2 + 3x^3y - 4x^2y - 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} • 2x^4y^2 - x^4y^2 - x^4y^2 = (2-1-1)x^4y^2 = 0x^4y^2 \\ • x^3y + x^3y + x^3y = (1+1+1)x^3y = 3x^3y \\ • x^2y + 2x^2y - 7x^2y = (1+2-7)x^2y = -4x^2y \\ • -5 + 1 + 2 = -2 \end{array}$$

پس  $3x^3y - 4x^2y - 2$  مطلوب کیٹریمی ہے۔

$$(ii) x^2 + y^2 + 2xy, y^2 + z^2 + 2yz, 2x^2 + 3y^2 + z^2, z^2 - 2xy - 2yz$$

تمام کیٹر قیوں کو نزولی ترتیب دیں اور ایک جسمی رقموں کو ایک ہی کالم میں لکھیں۔

$$\begin{array}{r} x^2 + y^2 + 2xy \\ + y^2 + z^2 + 2yz \\ 2x^2 + 3y^2 + z^2 \\ + z^2 - 2xy - 2yz \\ \hline 3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 0xy + 0yz \end{array} \quad \begin{array}{l} • x^2 + 2x^2 = (1+2)x^2 = 3x^2 \\ • y^2 + y^2 + 3y^2 = (1+1+3)y^2 = 5y^2 \\ • z^2 + z^2 + z^2 = (1+1+1)z^2 = 3z^2 \\ • 2xy - 2xy = (2-2)xy = 0 \\ • 2yz - 2yz = (2-2)yz = 0 \end{array}$$

پس  $3x^2 + 5y^2 + 3z^2$  مطلوب کیٹریمی ہے۔

**مثال 2:** میں کیا جمع کریں کہ میں 1  $2x^3y^2 + x^2y - 3x - 1$  حاصل ہو جائے۔  
حل: کچھ رسمیوں کو ترتیب نزولی میں لکھیں۔

$$= \text{پہلی کچھ رسمی} = 2x^3y^2 + x^2y - 3x - 1$$

$$= \text{دوسری کچھ رسمی} = -x^3y^2 + 4x^2y + 2x + 3$$

اگر ہم دوسری کچھ رسمی کو پہلی کچھ رسمی میں سے تفریق کریں تو ہمیں مطلوب کچھ رسمی حاصل ہو سکتی ہے۔

$$\begin{array}{r} 2x^3y^2 + x^2y - 3x - 1 \\ \pm x^3y^2 + 4x^2y + 2x + 3 \\ \hline 3x^3y^2 - 3x^2y - 5x - 4 \end{array}$$

- $2x^3y^2 + x^2y^2 = (2+1)x^3y^2 = 3x^3y^2$
- $x^2y - 4x^2y = (1-4)x^2y = -3x^2y$
- $-3x - 2x = (-3-2)x = -5x$
- $-1 - 3 = -4$

پس 4  $3x^3y^2 - 3x^2y - 5x - 4$  مطلوب کچھ رسمی ہے۔

**مثال 3:** کچھ رسمی کو ترتیب نزولی میں لکھیں۔  
حل: کچھ رسمی کو ترتیب نزولی میں لکھیں۔

$$= \text{پہلی کچھ رسمی} = 4x^6y^4 + 3x^4y^2 - 6x^2y + 11$$

$$= \text{دوسری کچھ رسمی} = x^6y^4 + x^4y^2 - x^2y + 1$$

اگر ہم پہلی کچھ رسمی میں سے دوسری کچھ رسمی کو تفریق کریں تو ہم مطلوب کچھ رسمی حاصل کر سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 4x^6y^4 + 3x^4y^2 - 6x^2y + 11 \\ \pm x^6y^4 \pm x^4y^2 \mp x^2y \pm 1 \\ \hline 3x^6y^4 + 2x^4y^2 - 5x^2y + 10 \end{array}$$

- $4x^6y^4 - x^6y^4 = (4-1)x^6y^4 = 3x^6y^4$
- $3x^4y^2 - x^4y^2 = (3-1)x^4y^2 = 2x^4y^2$
- $-6x^2y + x^2y = (-6+1)x^2y = -5x^2y$
- $11 - 1 = 10$

پس 10  $3x^6y^4 + 2x^4y^2 - 5x^2y + 10$  مطلوب کچھ رسمی ہے۔

## مشتق 8.2

مندرجہ ذیل کچھ رسمیوں کو مشتق کیجیے۔

- $x^2 + 2xy + y^2, x^2 - 2xy + y^2$
- $x^3 + 3x^2y - 2xy^2 + y^3, 2x^3 - 5x^2y - 3xy^2 - 2y^3$
- $a^5 + a^3b - 2ab^3 + b^3, 4a^5 + 3a^3b + 2ab^3 + 5b^3$
- $2x^4y - 4x^3y^2 + 3x^2y^3 - 7xy^4, x^4y - 4x^3y^2 - 3x^2y^3 + 8xy^4$
- $ab^5 + 12a^2b^4 - 6a^3b^3 + 10a^4b^2 - a^5b, 4ab^3 - 8a^2b^4 + 6a^3b^3 - 6a^4b^2 + 4a^5b$

اگر  $C = x + y - 2z$  اور  $B = -2x + y + z$  اور  $A = x - 2y + z$  تو معلوم کیجیے۔ -2

- |                  |                 |                  |
|------------------|-----------------|------------------|
| (i) $A - B$      | (ii) $B - C$    | (iii) $C - A$    |
| (iv) $A - B - C$ | (v) $A + B - C$ | (vi) $A - B + C$ |

?  $x^7 + x^5 + x^3 - 1$  میں کیا جمع کریں کہ ہمیں  $x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x + 1$  حاصل ہو جائے؟ -3

?  $5x^4y^3 + 2x^3y^2 + x^2y - 4$  میں کیا جمع کریں کہ ہمیں  $2x^4y^3 - x^3y^2 - 3x^2y - 4$  حاصل ہو جائے؟ -4

?  $3x^5y^3 + 7x^3y^3 - 11xy + 19$  میں سے کیا تفریق کریں کہ ہمیں  $5x^5y^3 - 3x^3y^3 + 10xy - 9$  حاصل ہو جائے؟ -5

## 8.2.2 کچیر رقموں کی ضرب

دو کچیر رقموں کو باہم ضرب دیتے ہوئے مبادلہ، جلازیم اور سکھی کے قوانین کے ساتھ ساتھ ہم قوت نما کے قوانین بھی استعمال کرتے ہیں جو کہ دی گئی مثالوں سے خاہر ہوتا ہے۔

### یک رسمی کی یک رسمی سے ضرب

**مثال 1:** حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $5a^3$ اور $4a^2$	(ii) $3y^2$ اور $5x^2$	(iii) $3l^4m^2n$ اور $7l^5m^8n^6$
(i) $4a^2$ اور $5a^3$	(ii) $5x^2$ اور $3y^2$	(iii)

$4a^2 \times 5a^3 = (4 \times 5)(a^2 \times a^3)$

$= (20)(a^{2+3})$

$\therefore \text{ضرب کا نون}$

$= 20a^5$

$a^n \times a^m = a^{n+m}$

$5x^2 \times 3y^2 = (5 \times 3)(x^2 \times y^2)$

$= (15)(x^2y^2)$

$= 15x^2y^2$

(iii)  $3l^4m^2n$  اور  $7l^5m^8n^6$

$3l^4m^2n \times 7l^5m^8n^6 = (3 \times 7)(l^4 \times l^5)(m^2 \times m^8)(n \times n^6)$

$= 21 \times l^{4+5} \times m^{2+8} \times n^{1+6} = 21l^9m^{10}n^7$

### یک رسمی کی دوسری / سرسری سے ضرب

**مثال 2:** مختصر کیجیے۔

(i) $3x^2(x^2 - y^2)$	(ii) $-6a^2(2a + 3b)$	(iii) $2l^2m^2n^2(2lm - 2mn + 5nl)$
(i) $3x^2(x^2 - y^2)$	(ii) $-6a^2(2a + 3b)$	(iii)

$(3x^2 \times x^2) - (3x^2 \times y^2)$

$= 3(x^{2+2}) - 3(x^2 \times y^2)$

$= 3x^4 - 3x^2y^2$

$= (-6a^2 \times 2a) + (-6a^2 \times 3b)$

$= (-6 \times 2)(a^2 \times a) + (-6 \times 3)(a^2 \times b)$

$= (-12)(a^{2+1}) + (-18)(a^2b)$

$= -12a^3 - 18a^2b$

$$(iii) \quad 2l^2m^2n^2(3lm - 2mn + 5nl)$$

$$= (2l^2m^2n^2 \times 3lm) - (2l^2m^2n^2 \times 2mn) + (2l^2m^2n^2 \times 5nl)$$

$$= (2 \times 3) (l^2m^2n^2 \times lm) - (2 \times 2) (l^2m^2n^2 \times mn) + (2 \times 5) (l^2m^2n^2 \times nl)$$

$$= (6) (l^{2+1}m^{2+1}n^{2+1}) - (4) (l^2m^{2+1}n^{2+1}) + (10) (l^{2+1}m^2n^{2+1})$$

$$= (6) (l^3m^3n^2) - (4) (l^2m^3n^3) + (10) (l^3m^2n^3)$$

$$= 6l^3m^3n^2 - 4l^2m^3n^3 + 10l^3m^2n^3$$

### مختصر

ضرب دو عدید

$$(i) \quad 7m \text{ } \times \text{ } l - 8$$

$$(iv) \quad -4ab \text{ } \times \text{ } l - 2bc$$

$$(vii) \quad 2a^2b \text{ } \times \text{ } 5a^2b^3$$

$$(ii) \quad 2ab \text{ } \times \text{ } l - 3a^2b^2$$

$$(v) \quad 3lm^3 \text{ } \times \text{ } l - 3mn$$

$$(viii) \quad l^2mn \text{ } \times \text{ } lm^3n^6$$

$$(iii) \quad 4xy \text{ } \times \text{ } l - 2x^2y$$

$$(vi) \quad -6x^2y \text{ } \times \text{ } l - 3xyz^2$$

$$(ix) \quad -4x^2yz^7 \text{ } \times \text{ } l - 8xy^4z^3$$

مختصر کریں

$$(i) \quad lm(l+m)$$

$$(iv) \quad 2x(3x+4y)$$

$$(vii) \quad a(a+b-c)$$

$$(ii) \quad 4p(p+q)$$

$$(v) \quad 2a(2b-2c)$$

$$(viii) \quad 3x(x-2y-2z)$$

$$(iii) \quad 3a(a-b)$$

$$(vi) \quad 2lm(l^2m^2-n)$$

$$(ix) \quad 3p^2q(p^3+q^2-r^4)$$

3: ضرب دو عدید

$$(i) \quad (x+3)(x-1)$$

$$(iii) \quad (m+2)(m^2-2m+3)$$

$$(ii) \quad (2a+3b)(2a-3b)$$

$$(iv) \quad (2x-1)(x^2-5x+6)$$

$$(i) \quad (x+3)(x-1)$$

$$\begin{array}{r} x+3 \\ \times \quad x-1 \\ \hline x^2+3x \\ \quad -x-3 \\ \hline x^2+2x-3 \end{array}$$

$$(ii) \quad (2a+3b)(2a-3b)$$

$$2a+3b$$

$$\times \quad 2a-3b$$

$$\therefore 2a \times 3b = 6ab$$

$$4a^2+6ab$$

$$-6ab-9b^2$$

$$4a^2-9b^2$$

$$(2a+3b)(2a-3b) = 4a^2 - 9b^2 \text{ کیمی}$$

$$(x+3)(x-1) = x^2 + 2x - 3 \text{ کیمی}$$

$$(iii) \quad (m+2)(m^2-2m+3)$$

$$\begin{array}{r} m^2-2m+3 \\ \quad m+2 \\ \hline m^3-2m^2+3m \\ \quad +2m^2-4m+6 \\ \hline m^3 \quad - \quad m+6 \end{array}$$

$$(m+2)(m^2-2m+3) = m^3 - m + 6 \text{ کیمی}$$

- $2x^2(x^3 - x) - 3x(x^4 - 2x) + 2(x^4 - 3x^2)$
- $(5a^2 - 6a + 9)(2a - 3) - (2a^2 - 5a + 4)(5a + 1)$

: حل

- $$\begin{aligned}
 & 2x^2(x^3 - x) - 3x(x^4 - 2x) + 2(x^4 - 3x^2) \\
 &= (2x^2 \times x^3 - 2x^2 \times x) - (3x \times x^4 - 3x \times 2x) + (2x^4 - 6x^2) \\
 &= (2x^5 - 2x^3) - (3x^5 - 6x^2) + (2x^4 - 6x^2) \\
 &= 2x^5 - 2x^3 - 3x^5 + 6x^2 + 2x^4 - 6x^2 \\
 &= (2x^5 - 3x^5) + 2x^4 - 2x^3 + (6x^2 - 6x^2) \\
 &= -x^5 + 2x^4 - 2x^3
 \end{aligned}$$

- $(5a^2 - 6a + 9)(2a - 3) - (2a^2 - 5a + 4)(5a + 1)$

$  \begin{array}{r}  5a^2 - 6a + 9 \\  \times 2a - 3 \\  \hline  10a^3 - 12a^2 + 18a \\  - 15a^2 + 18a - 27 \\  \hline  10a^3 - 27a^2 + 36a - 27  \end{array}  $	$  \begin{array}{r}  2a^2 - 5a + 4 \\  \times 5a + 1 \\  \hline  10a^3 - 25a^2 + 20a \\  + 2a^2 - 5a + 4 \\  \hline  10a^3 - 23a^2 + 15a + 4  \end{array}  $
--	--

$$\begin{aligned}
 & (5a^2 - 6a + 9)(2a - 3) - (2a^2 - 5a + 4)(5a + 1) \\
 &= (10a^3 - 27a^2 + 36a - 27) - (10a^3 - 23a^2 + 15a + 4) \\
 &= 10a^3 - 27a^2 + 36a - 27 - 10a^3 + 23a^2 - 15a - 4 \\
 &= (10a^3 - 10a^3) + (-27a^2 + 23a^2) + (36a - 15a) + (-27 - 4) \\
 &= -4a^2 + 21a - 31
 \end{aligned}$$

### 8.4 مختصر کیجئے

مختصر کیجئے۔

- |  |   |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li><math>(3a + 4)(2a - 1)</math></li> <li><math>(x - 1)(x^2 + x + 1)</math></li> <li><math>(x + y)(x^2 - xy + y^2)</math></li> <li><math>(l - m)(l^2 - 2lm + m^2)</math></li> <li><math>(1 - 2c)(1 + 2c)</math></li> <li><math>(a + b)(a^2 - ab + b^2)</math></li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li><math>(m + 2)(m - 2)</math></li> <li><math>(p - q)(p^2 + pq + q^2)</math></li> <li><math>(a + b)(a - b)</math></li> <li><math>(3p - 4q)(3p + 4q)</math></li> <li><math>(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)</math></li> <li><math>(3 - b)(2b - b^2 + 3)</math></li> </ol> |
|--|---|

- (i)  $(x^2 + y^2)(3x + 2y) + xy(x - 3y)$
- (ii)  $(4x + 3y)(2x - y) - (3x - 2y)(x + y)$
- (iii)  $(2m^2 - 5m + 4)(m + 2) - (m^2 + 7m - 8)(2m - 3)$
- (iv)  $(3x^2 + 2xy - 2y^2)(x + y) - (x^2 - xy + y^2)(x - y)$

### 8.3 الجبری کلیات

ایک الجبری کلیہ الجبری رسم پر مشتمل مختصر ترین شکل ہوتی ہے جس سے بھیں بے حرابی عمل کو مختصر اور آسان طریقے سے حل کرنے کا قانون ملتا ہے۔ مثال کے طور پر چار مطلوبی دیواروں کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے درج ذیل کلیہ کو مختصر طریقے کے طور پر استعمال کرتے ہیں۔

$$(x+a)(x+b) = x(x+a) + b(x+a) = x^2 + ax + bx + ab$$

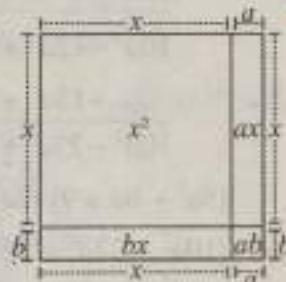
اب ہم کچھ الجبری کلیات کے بارے میں جانتے ہیں۔

**کلیہ 1:**  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\text{L.H.S.} = (x + a)(x + b)$$

$$\begin{aligned} &= x(x + b) + a(x + b) \\ &= x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + (b + a)x + ab \\ &= x^2 + (a + b)x + ab = \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.} \quad \text{پس}$$

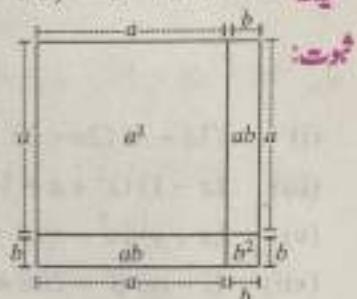


**کلیہ 2:**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$\text{L.H.S.} = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

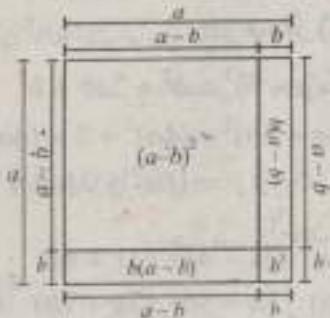
$$\begin{aligned} &= a(a + b) + b(a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 = \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.} \quad \text{پس}$$



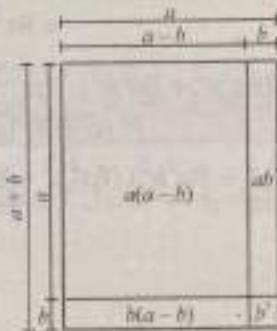
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{کے} \\ \text{ثبوت:}$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= (a-b)^2 = (a-b)(a-b) \\ &= a(a-b) - b(a-b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 = \text{R.H.S.} \\ \text{L.H.S.} &= \text{R.H.S.} \quad \text{کے} \end{aligned}$$



$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad \text{کے} \\ \text{ثبوت:}$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= (a-b)(a+b) \\ &= a(a+b) - b(a+b) \\ &= a^2 + ab - ba - b^2 \\ &= a^2 + ab - ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2 = \text{R.H.S.} \\ \text{L.H.S.} &= \text{R.H.S.} \quad \text{کے} \end{aligned}$$



**مثال 1:** کلے کی مدد سے دو رسمیوں پوچھ رکھئے۔

$$(i) (x+6)(x+5) \quad (ii) (x-4)(x-8) \quad (iii) (2x+9)(2x-3)$$

$$(i) (x+6)(x+5)$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+6)(x+5) = x^2 + (6+5)x + (6 \times 5)$$

$$= x^2 + 11x + 30.$$

$$(ii) (x-4)(x-8)$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x-4)(x-8) = x^2 + (-4-8)x + (-4) \times (-8)$$

$$= x^2 - 12x + 32$$

$$(iii) (2x+9)(2x-3)$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(2x+9)(2x-3) = (2x)^2 + (9-3)2x + 9 \times (-3)$$

$$= 4x^2 + (6)2x + (-27)$$

$$= 4x^2 + 12x - 27$$

**مثال 2:** کلیہ استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل دو رقمیں کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i)  $4a + 3b$       (ii)  $2x - 3y$

(i)  $4a + 3b$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(4a+3b)^2 = (4a)^2 + 2 \times (4a) \times (3b) + (3b)^2 \\ = 16a^2 + 24ab + 9b^2$$

کلیہ کی مدد سے

(ii)  $2x - 3y$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2 \times (2x) \times (3y) + (3y)^2 \\ = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

کلیہ کی مدد سے

(i)  $(3x - 4y), (3x + 4y)$

(ii)  $(7a - 9b), (7a + 9b)$       (iii)  $(6x^2y^2 + 8a^2b^2), (6x^2y^2 - 8a^2b^2)$

(i)  $(3x - 4y), (3x + 4y)$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(3x+4y)(3x-4y) = (3x)^2 - (4y)^2 \\ = 9x^2 - 16y^2$$

(ii)  $(7a - 9b), (7a + 9b)$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(7a+9b)(7a-9b) = (7a)^2 - (9b)^2 \\ = 49a^2 - 81b^2$$

(iii)  $(6x^2y^2 + 8a^2b^2), (6x^2y^2 - 8a^2b^2)$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(6x^2y^2 + 8a^2b^2)(6x^2y^2 - 8a^2b^2) = (6x^2y^2)^2 - (8a^2b^2)^2 \\ = 36x^4y^4 - 64a^4b^4$$

کلیہ کی مدد سے

### مشتق 8.5

کلیہ کی مدد سے نیچے دیے گئے دو رقمیں کو سمجھتے کیجیے۔

(i)  $(x + 1)(x + 2)$

(ii)  $(x - 2)(x - 4)$

(iii)  $(a + 5)(a + 3)$

(iv)  $(b + 6)(b - 9)$

(v)  $(2x + 3)(2x - 7)$

(vi)  $(2y + 1)(2y + 5)$

(vii)  $(3b - 1)(3b - 7)$

(viii)  $(4x + 5)(4x + 3)$

(ix)  $(5y - 2)(5y + 6)$

(x)  $(8a + 7)(8a - 3)$

نیچے دیے گئے دو رقمیں کا مرتعن کلیہ کی مدد سے معلوم کیجیے۔

(i)  $x + y$

(ii)  $3a + 4$

(iii)  $x - y$

(iv)  $a + 2b$

(v)  $2x + 3y$

(vi)  $2a - b$

(vii)  $3x - 2y$

(viii)  $4x + 5y$

(ix)  $7a - 8b$

کلیہ کی مدد سے نیچے دیے گئے دو رقمیں کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i)  $(x + y)(x - y)$

(ii)  $(3a - 8)(3a + 8)$

(iii)  $(2a + 7b)(2a - 7b)$

(iv)  $(x + 3y)(x - 3y)$

(v)  $(6a - 5b)(6a + 5b)$

(vi)  $(9x - 11y)(9x + 11y)$

حساب میں ہم جان پچے ہیں کہ ایسے اعداد جن کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے باہم ضرب دی جائے، حاصل ضرب کے عاد کہلاتے ہیں۔ مثال کے طور پر

$$(i) \quad 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$$

اسی طرح الجبرا میں اگر کوئی الجبری جملہ دو یادو سے زیادہ الجبری جملوں کا حاصل ضرب ہو تو یہ دو یادو سے زیادہ الجبری جملے حاصل ضرب کے عاد کہلاتے ہیں۔

$$(ii) \quad 3xy - 3xz = 3x(y - z)$$

یہاں (ii) میں  $3xz - 3xy$  کے عاد  $3$ ،  $x$  اور  $(y - z)$  میں مشترک عاد ہیں۔ لہذا ایک الجبری جملے کی تعریف کچھ یوں کر سکتے ہیں۔

”کسی الجبری جملے کو دو یادو سے زیادہ جملوں کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھنا جو کہ اس کو پورا پورا تقسیم کر سکیں، تجزی کرنا کہلاتا ہے۔“

الجبرا میں تجزی کا مفتاد حاصل ضرب ہے۔ اس میں مفادوں کا باہم ضرب دی جاتی ہے تاکہ وہی الجبری جملہ دوبارہ حاصل کیا جائے۔

**مثال 1:** نیچے دیے گئے جملوں کی تجزی کیجیے۔

$$(i) \quad 3a + 6b + 9c \quad (ii) \quad a(x - y) - b(x - y)$$

$$(i) \quad 3a + 6b + 9c$$

$$= 3(a + 2b + 3c)$$

$$(ii) \quad a(x - y) - b(x - y)$$

$$= (x - y)(a - b)$$

(3 تمام الجبری جملے میں مشترک جزو ضریبی ہے۔)

مشترک عاد ہے۔  $(x - y)$

**مثال 2:** تجزی کیجیے۔

$$(i) \quad (ax - y) - (ay - x) \quad (ii) \quad (x^2 + yz) - (y + z)x$$

$$\begin{aligned} (i) \quad & (ax - y) - (ay - x) \\ & = ax - y - ay + x \\ & = ax + x - ay - y \\ & = x(a + 1) - y(a + 1) \\ & = (x - y)(a + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad & (x^2 + yz) - (y + z)x \\ & = x^2 + yz - yx - zx \\ & = x^2 - zx - yx + yz \\ & = x(x - z) - y(x - z) \\ & = (x - y)(x - z) \end{aligned}$$

## $a^2 - b^2$ کے جملوں کی تجزیہ۔

اگر دو مرکب رقم تجزیہ ہوں تو ان کی تجزیہ میں ایک جزو ضریبی دونوں کا تجوید اور دوسرا جزو ضریبی دونوں کا فرق ہوگا۔  
مثال کے طور پر دو مرکب دالی رقوم کا فرق  $a^2 - b^2$  ہوتا ہے تو:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= a^2 + ab - ab - b^2 \\ &= a(a+b) - b(a+b) \\ &= (a-b)(a+b) \end{aligned}$$

لکھ 3: تجزیہ کیجیے۔

(i)  $49x^2 - 81y^2$       (ii)  $18a^2x^2 - 32b^2y^2$       (iii)  $(6a - 8b)^2 - 49c^2$

حل:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 49x^2 - 81y^2 &= (7x)^2 - (9y)^2 \\ &= (7x - 9y)(7x + 9y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad 18a^2x^2 - 32b^2y^2 &= 2[9a^2x^2 - 16b^2y^2] \\ &= 2[(3ax)^2 - (4by)^2] \\ &= 2(3ax - 4by)(3ax + 4by) \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad (6a - 8b)^2 - 49c^2 &= (6a - 8b)^2 - (7c)^2 \\ &= (6a - 8b - 7c)(6a - 8b + 7c) \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

## مختصر 8.6

-1 اگر ای ضریبی معلوم کیجیے۔

- |                             |                                |
|-----------------------------|--------------------------------|
| (i) $5x^2y - 10xy^2$        | (ii) $2a - 4b + 6c$            |
| (iii) $9x^4 + 6y^2 + 3$     | (iv) $a^3b + a^2b^2 + ab^3$    |
| (v) $x^2yz + xy^2z + xyz^2$ | (vi) $bx^3 + bx^2 - x - 1$     |
| (vii) $x^2 + qx + px + pq$  | (viii) $ab - a - b + 1$        |
| (ix) $(pm + n) + (pn + m)$  | (x) $(a^2 + bc) - (b + c)a$    |
| (xi) $x^2 - (m + n)x + mn$  | (xii) $x^3 - y^2 + x - x^2y^2$ |

(i)  $4a^2 - 25$

(ii)  $4x^2 - 9y^2$

(iii)  $9a^2 - b^2$

(iv)  $9m^2 - 16n^2$

(v)  $16b^2 - a^2$

(vi)  $-1 + (x+1)^2$

(vii)  $8x^2 - 18y^2$

(viii)  $(a+b)^2 - c^2$

(ix)  $x^2 - (y+z)^2$

(x)  $7x^2 - 7y^2$

(xi)  $5a^2 - 20b^2$

(xii)  $x^4 - y^4$

### مکمل کے جلوں کی تجھی $a^2 \pm 2ab + b^2$

ہم جانتے ہیں کہ دو رقم کے مربع تین اتفاقی دنوں رقم کے حاصل ضرب کا دوگنا تین دوسری رقم کے مربع کی مکمل میں کھولا جاسکتا ہے۔ لیکن:

•  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

•  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

### مثال 1: اجزاء ضرbi معلوم کیجیے۔

(i)  $8x^2 - 56x + 98$

(ii)  $16a^4 + 24a^2b^2 + 9b^4$

(i)  $8x^2 - 56x + 98$

$$= 2[4x^2 - 28x + 49]$$

$$= 2[(2x)^2 - 2(2x)(7) + (7)^2]$$

$$= 2(2x - 7)^2$$

$$\therefore 28x = 2(2x)(7)$$

$$\therefore a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

پس مطلوب اجزاء ضرbi 2 اور  $(2x-7)^2$  ہیں۔

(ii)  $16a^4 + 24a^2b^2 + 9b^4$

$$= (4a^2)^2 + 2(4a^2)(3b^2) + (3b^2)^2$$

$$2(4a^2)(3b^2) = 24a^2b^2$$

$$= (4a^2 + 3b^2)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

پس مطلوب اجزاء  $(4a^2 + 3b^2)^2$  ہیں۔

**مثال 2:**  $\frac{l^2}{m^2}a^2 - \frac{2l}{n}ab + \frac{m^2}{n^2}b^2$  کی تحریکریں۔

$$\begin{aligned} & \frac{l^2}{m^2}a^2 - \frac{2l}{n}ab + \frac{m^2}{n^2}b^2 \\ &= \left(\frac{l}{m}a\right)^2 - 2\left(\frac{l}{m}a\right)\left(\frac{m}{n}b\right) + \left(\frac{m}{n}b\right)^2 \quad \therefore 2\left(\frac{l}{m}a\right)\left(\frac{m}{n}b\right) = 2\frac{l}{n}ab \\ & \left(\frac{l}{m}a\right)^2 - 2\left(\frac{l}{m}a\right)\left(\frac{m}{n}b\right) + \left(\frac{m}{n}b\right)^2 = \left(\frac{l}{m}a - \frac{m}{n}b\right)^2 \quad \therefore a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ & \text{پس مطلوب اگر اے ضربی} \quad \left(\frac{l}{m}a - \frac{m}{n}b\right)^2 \end{aligned}$$

### 8.7 مشتمل

کلے کی مدد سے اگر اے ضربی معلوم کیجئے۔ -1

- |        |                             |        |                              |
|--------|-----------------------------|--------|------------------------------|
| (i)    | $x^2 + 8x + 16$             | (ii)   | $x^2 - 2x + 1$               |
| (iii)  | $a^4 - 14a^2 + 49$          | (iv)   | $1 + 10m + 25m^2$            |
| (v)    | $4x^2 - 12xy + 9y^2$        | (vi)   | $9a^2 + 30ab + 25b^2$        |
| (vii)  | $16a^2 + 56ab + 49b^2$      | (viii) | $36x^2 + 108xy + 81y^2$      |
| (ix)   | $49m^2 + 154m + 121$        | (x)    | $64a^2 - 208ab + 169b^2$     |
| (xi)   | $3x^4 + 24x^2 + 48$         | (xii)  | $11x^2 + 22x + 11$           |
| (xiii) | $44a^4 - 44a^2b + 11a^2b^2$ | (xiv)  | $a^4 + 16a^2b + 64b^2$       |
| (xv)   | $1 - 4xyz + 4x^2y^2z^2$     | (xvi)  | $16x^3y - 40x^2y^2 + 25xy^3$ |

کلے کی مدد سے تحریکی کیجئے۔ -2

- |       |  |        |   |
|-------|--|--------|---|
| (i)   | $a^2x^2 + 2abcx + b^2c^2$                                  | (ii)   | $\frac{l^2}{4} + lmn + m^2n^2$                                  |
| (iii) | $\frac{4}{9}x^2 - xy + \frac{9}{16}y^2$                    | (iv)   | $\frac{121}{169}a^2 - 2ab + \frac{169}{121}b^2$                 |
| (v)   | $\frac{a^2x^2}{b^2} - \frac{2axy}{c} + \frac{b^2y^2}{c^2}$ | (vi)   | $\frac{l^4}{n}x^4 - 2\frac{l^2m^2}{n}x^2y^2 + \frac{m^4}{n}y^4$ |
| (vii) | $a^2b^2c^2x^2 - 2a^2b^2cdxy + a^2b^2d^2y^2$                | (viii) | $\frac{b^2}{c^2}x^4 + \frac{2b}{a}x^3y + \frac{c^2}{a^2}x^2y^2$ |

## ◦ گروپ بنا کر تجزی کرنا

نچے دیے گئے الجبرا جملوں پر غور کریں۔

$$x^2 + ax + 4x + 4a$$

$$◦ al + bm + bl + am$$

$$◦ pq - 2p - q + 2$$

مندرجہ بالا جملوں میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ان میں کوئی مشترک عامل نہیں ہے اور یہ دیگر تینوں اقسام ہیں کہ ہم پہلے یہ تبدیل کر سکتے ہیں میں سے نہیں ہیں۔ اس قسم کے جملوں کے اجزاء ضریبی جاتے کے لیے ہم ان کو مرتب کرتے ہیں اور پھر ان کے گروپ بناتے ہیں جیسا کہ نچے دی گئی مثالوں سے ظاہر ہے۔

**مثال 1:**  $x^2 + 5a + xa + 5x$  کی تجزی کیجیے۔

**حل:**  $5a + xa + 5x + x^2$

پہلا قدم: جملے کو مرتب کریں۔

$$x^2 + 5x + xa + 5a$$

$$(x^2 + 5x) + (xa + 5a)$$

$$x(x + 5) + a(x + 5)$$

$$(x + 5)(x + a)$$

دوسرا قدم: گروپ بنا کیں۔

تیسرا قدم: مشترک عادوں کو علیحدہ کیجیے۔

چوتھا قدم: مشترک جملے کو علیحدہ کیجیے۔

**مثال 2:**  $2a^2b + 4ab^2 - 2ab - 4b^2$  کی تجزی کیجیے۔

**حل:**  $2a^2b + 4ab^2 - 2ab - 4b^2$

پہلا قدم: جملے کو مرتب کریں۔

$$2a^2b - 2ab + 4ab^2 - 4b^2$$

$$= 2b(a^2 - a + 2ab - 2b)$$

$$= 2b[(a^2 - a) + (2ab - 2b)]$$

$$= 2b[a(a - 1) + 2b(a - 1)]$$

$$= 2b[(a - 1)(a + 2b)]$$

اور مشترک اجزاء ضریبی باہر نکالیں۔

دوسرا قدم: گروپ بنا کیں۔

تیسرا قدم: مشترک عادوں کو علیحدہ کیجیے۔

چوتھا قدم: مشترک جملے کو علیحدہ کیجیے۔

پنجم مطلوب اجزاء ضریبی  $2b(a-1)(a+2b)$  ہیں۔

### مشتق 8.8

نچے دیے گئے جملوں کی تجزی کیجیے۔

- |                            |                              |                                  |
|----------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| (i) $lx - my + mx - ly$    | (ii) $2xy - 6yz + x - 3z$    | (iii) $p^2 + 2p - 3p - 6$        |
| (iv) $x^2 + 5x - 2x - 10$  | (v) $m^2 - 7m + 2m - 14$     | (vi) $a^2 + 3a - 4a - 12$        |
| (vii) $x^2 - 9x + 3x - 27$ | (viii) $z^2 - 8z - 4z + 32$  | (ix) $t^2 - st + t - s$          |
| (x) $n^2 + 5n - n - 5$     | (xi) $a^2b^2 + 7ab - ab - 7$ | (xii) $l^2m^2 - 13lm - 2lm + 26$ |

## اعادہ مختصر 8

- 1 درج ذیل موالوں کے جوابات دیکھیے۔

- (i) مستقل کی تعریف کریں۔ (ii) غیر عددی قیمت سے کیا مراد ہے؟  
 (iii) دوری کس کو کہتے ہیں؟ (iv) الجبری کلیئے کیا ہوتا ہے؟ (v) الجبری بسط کی تجویز کی تعریف کریں۔

- 2 خالی جگہوں کو پرکشیجیے۔

(i)  $(a+b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$  (ii)  $(a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$   
 (iii)  $(x+a)(x+b) = \underline{\hspace{2cm}}$  (iv)  $a^2 - b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

(v) ایسی علامت جو کسی غیر عددی قیمت سے ظاہر ہو اور اس کی بہت سی عددی قیمتیں ممکن ہوں کہلاتی ہے۔  
 (vi) ایسی کشیرتی جو صرف ایک رقم پر مشتمل ہو کہلاتا ہے۔

- 3 درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

$x^2 - x = ?$  (i)

(x - x<sup>2</sup>) (i) (x<sup>2</sup>) (ii) x(x - 1) (iii) x (iv) (الف) x  
 (ii) ایسی کشیرتی جس میں دو رقم پر مشتمل ہو کہلاتا ہے:

(الف) تجویز (ب) یک رتی (ج) دوری (د) سادگی (iii) ایسی علامت جس کی ایک مخصوص قیمت ہو کہلاتی ہے:

(الف) رقم (ب) تختیر (ج) مستقل (د) غیر عددی قیمت (iv)  $a^2 - 9$  کے اجزائے ضربی ہیں۔

(a - 9)(c - b) (i) (a - 3)(a - 3) (ii) (a + 9)(a - 9) (iii) (a + 3)(a - 3) (iv)  $(x - y)(x - y) = ?$  (v)

$x^2 + y^2$  (i)  $x^2 - 2xy + y^2$  (ii)  $x^2 + 2xy + y^2$  (iii)  $x^2 - y^2$  (iv) ایسے ضربی معلوم کیجیے۔

(i)  $10a^2 - 200a^4b$  (ii)  $36x^3y^3z^3 - 27x^2y^4z + 63xyz^4$   
 (iii)  $15x^4y + 21x^3y^2 - 27x^2y^2 - 33xy^4$  (iv)  $x(a^2 + 11) - 16(a^2 + 11)$   
 (v)  $x^2(ab + c) + xy(ab + c) + z^2(ab + c)$

اگر (C =  $x^2 - y^2 - 3z^2$ ) اور (B =  $-x^2 + 3y^2 - 2z^2$ , A = 2( $x^2 + y^2 + z^2$ ) ہو تو معلوم کیجیے۔ 5

- (i) A + B + C
- (ii) B + C - A
- (iii) A - B + C
- (iv) A + B - C
- (v) A - B - C
- (vi) B - C - A

نیچے دیے گئے کشیدہ جزوں کو مختصر کیجیے۔ 6

- (i)  $(x - 2y)(x + 2y)$
- (ii)  $(4x^2)(3x + 1)$
- (iii)  $2x(x + y) - 2y(x - y)$
- (iv)  $(a^2b^3)(2a - 3b)$
- (v)  $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$
- (vi)  $(a^2 + 1)(a^2 - a - 1)$
- (vii)  $x(y + 1) - y(x + 1) - (x - y)$
- (viii)  $a^2(b^2 - c^2) + b^2(c^2 - a^2) + c^2(a^2 - b^2)$

کلیے کی مدد سے درج ذیل کو مختصر کیجیے۔ 7

- (i)  $(3x - 4)(3x + 5)$
- (ii)  $(2a - 5b)^2$

تجزی کیجیے۔ 8

- (i)  $a^2 - 26a + 169$
- (ii)  $1 - 6x^2y^2z + 9x^4y^4z^2$
- (iii)  $7ab^2 - 343a$
- (iv)  $75 - 3(x - y)^2$
- (v)  $49(x + y)^2 - 16(x - y)^2$
- (vi)  $\frac{9}{16}a^2 + ab + \frac{4}{9}b^2$
- (vii)  $\frac{a^2}{b^2}l^2 - \frac{2ac}{bd}lm + \frac{c^2}{d^2}m^2$
- (viii)  $(a - \frac{9}{5})^2 - \frac{36}{25}m^2$

## خلاصہ

- ایسے حروف یا اعداد جیسی جو نامعلوم متعدد اور کو معلوم کرنے کے لیے استعمال ہوں، غیر عددی قسمیں کہلاتی ہیں۔
- ایسی علامت جو غیر عددی قیمت سے ظاہر کی جائے اور اس کی مختلف عددی قیمتیں ممکن ہوں۔ مختصر کہلاتی ہے۔
- ایسی علامت جس کی کوئی مخصوص عددی قیمت ہو، مستقل کہلاتی ہے۔
- اعداد اور مختیارات کا ایسا مرکب جس میں یہ بنیادی عوامل سے جائز ہوں، الجبری جملے کہلاتا ہے۔
- الجبری جملے کے وہ حصے جو عوامل کی علامات "+" اور "-" سے علیحدہ کیے گئے ہوں اس کی رقوم کہلاتی ہیں۔
- ایسا الجبری جملہ کس کے مختیارات کی قسمیں سب کی سبق اعداد ہوں، کشیر فرمی کہلاتا ہے۔
- کشیر فرمی کو کسی بھی ترتیب میں لکھا جاسکتا ہے مگر عموماً ہم اسے ترتیب نزولی میں لکھتے ہیں۔
- ایسی الجبری صادفات جس کے مختیارات تمام قسم کے لیے ذرست ثابت ہوں، الجبری کا یہ کہلاتا ہے۔
- کسی الجبری جملے کو دو یا دو سے زیادہ جملوں کے حاصل ضرب کی کل میں لکھنا جو اس الجبری جملے کو پورا پورا تحریم کر سکیں، تجزی کرنا کہلاتا ہے۔

## یک درجی مساواتیں

### مدرسی مقاصد

اس یونٹ کی تجھیل کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- ایک متعددی یک درجی مساوات کی تعریف کریں۔

یک درجی مساواتوں کو حل کرنے کے مختلف طریقوں کا عملی مظاہرہ کریں۔

- مندرجہ ذیل اقسام کی یک درجی مساواتیں حل کریں۔

$$ax + b = c \quad \blacktriangleleft$$

$$\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{m}{n} \quad \blacktriangleleft$$

- یک درجی مساواتوں کی مدد سے عبارتی سوالات حل کریں۔

## 9.1 ایک تغیر میں یک درجی مساوات

اسی مساوات جس میں صرف ایک ہی تغیر پایا جائے، جس کا قوت نہ ہو ایک تغیر والی یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر:

$$2x + 4 = 6x \quad (\text{تغیر } x \text{ والی یک درجی مساوات})$$

$$3y - 7 = 14 - 2y \quad (\text{تغیر } y \text{ والی یک درجی مساوات})$$

$$z + 5 = 0 \quad (\text{تغیر } z \text{ والی یک درجی مساوات})$$

## 9.2 یک درجی مساوات کا حل

ایک تغیر والی یک درجی مساوات ایک کھلا فقرہ ہوتا ہے اور تغیر کی وہ قیمت جو مساوات کو درست فقرہ بنا دے، مساوات کا حل کہلاتی ہے۔ اس حل کو مساوات کی قیمت بھی کہتے ہیں۔

$$x + 2 = 5 \quad (i)$$

اس مساوات کا حل یا قیمت  $3 = x$  ہے کیون کہ  $x = 3$ ،  $x$  سے  $5$  حاصل ہوتا ہے جو کہ ایک درست بیان ہے۔

$$2x = 4 \quad (ii)$$

یہاں  $2 = x$  درج کرتے ہیں تو  $4 = 2x$  حاصل ہوتا ہے جو کہ ایک درست بیان ہے۔ پس مساوات کا حل  $2 = x$  ہے۔

## ۰ جمع

ہم مساوات کے دونوں اطراف ایک ہی عدد جمع کر سکتے ہیں۔ مثلاً اگر ہمیں ایک مساوات دی جائے یعنی:

$$x + 2 = 4 \quad \dots\dots\dots (i)$$

ہم مساوات (i) کے دونوں اطراف 3 جمع کر سکتے ہیں اور یہ حاصل ہوتا ہے۔

$$x + 2 + 3 = 4 + 3$$

$$x + 5 = 7 \quad \dots\dots\dots (ii)$$

(ii) اور (i) مساوی مساواتیں ہیں کیون کہ ان کا حل یا قیمت ایک ہی ہے۔

## • تفریق

ہم کی مساوات کے دونوں اطراف سے ایک ہی عدد کو تفریق کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر:

$$x + 5 = 3 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$x + 5 - 2 = 3 - 2$$

$$x + 3 = 1 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) اور (ii) مساوی مساواتیں ہیں۔

## • ضرب

ہم مساوات کے دونوں اطراف کو کسی غیر صفر عدد سے ضرب دے سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر:

$$\frac{1}{4}x = 8 \dots \text{(i)}$$

دونوں اطراف کو 4 سے ضرب دیں۔

$$4 \times \frac{1}{4}x = 8 \times 4$$

$$x = 32 \dots \text{(ii)}$$

## • تقسیم

ہم مساوات کے دونوں اطراف کو کسی غیر صفر عدد سے تقسیم کر سکتے ہیں۔ مثلاً:

$$6x = 12 \dots \text{(i)}$$

دو توں اطراف کو 6 پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{1}{6} \times 6x = \frac{1}{6} \times 12$$

$$x = 2 \dots \text{(ii)}$$

**مثال 2:** مساوات  $2 = \frac{1}{6}x$  کو حل کیجیے۔

حل:

$$\frac{1}{6}x = 2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

مساوات کے دونوں اطراف کو 6 سے ضرب دیں۔

$$6 \times \frac{1}{6}x = 6 \times 2$$

$$x = 12$$

$$x - 6 = 2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

مساوات کے دونوں اطراف میں 6 جمع کریں۔

$$x - 6 + 6 = 2 + 6$$

$$x = 8$$

**مثال 3:**  $x + 1 = 5$  کو حل کریں۔

**حل:**

$$x + 1 = 5 \dots\dots\dots (i)$$

دوں اطراف سے 1 تفریق کریں۔

$$x + 1 - 1 = 5 - 1$$

$$x = 4$$

**مثال 4:** مدرجہ ذیل مساواتوں کو حل کیجیے۔

(i)  $\frac{x+6}{2} = \frac{x+4}{3}$

(ii)  $\frac{8x+4}{16-4x} = 1$

(iii)  $\frac{x+6}{2} = \frac{x+4}{3}$

$$6 \times \frac{x+6}{2} = 6 \times \frac{x+4}{3}$$

$$3(x+6) = 2(x+4)$$

$$3x + 18 = 2x + 8$$

$$3x - 2x = 8 - 18$$

$$x = -10$$

(iv)  $\frac{8x+4}{16-4x} = 1$

$$(16-4x) \times \frac{8x+4}{16-4x} = 1 \times (16-4x)$$

$$8x+4 = 16-4x$$

$$8x+4x = 16-4$$

$$12x = 12$$

$$x = \frac{12}{12} = 1$$

(اہم اور حیثیات ملکہ کریں)

(اہم اور حیثیات ملکہ کریں)

(اہم اور حیثیات ملکہ کریں)

### مشتمل

مدرجہ ذیل سوالوں کو حل کیجیے۔

-1

(i)  $\frac{1}{8}x = 4$

(ii)  $x - 7 = -15$

(iii)  $x + 1 = 5$

(iv)  $2x - 6 = 0$

(v)  $11x - 2 = 20$

(vi)  $17x = 255$

(vii)  $5x - 3 = 12$

(viii)  $11 - x = 6$

(ix)  $\frac{2x}{5} = 8$

(x)  $\frac{x}{3} - 7 = 2$

(xi)  $\frac{5x}{2} = 10$

(xii)  $9x + 11 = 83$

(xiii)  $\frac{x-5}{4} = 7$

(xiv)  $\frac{x}{4} - 2 = 5$

(xv)  $\frac{7x+3}{2} = 19$

- (i)  $5x - 3 = 3x - 5$       (ii)  $3x + 8 = 5x + 2$       (iii)  $12x - 3 = 5(2x + 1)$   
 (iv)  $10(2 - x) = 4(x - 9)$       (v)  $\frac{x - 3}{x + 1} = \frac{3}{5}$       (vi)  $\frac{x - 1}{x - 2} = \frac{4}{3}$   
 (vii)  $\frac{x - 2}{3x + 4} = \frac{1}{7}$       (viii)  $\frac{3x - 8}{5x - 2} = 1$       (ix)  $\frac{x + 2}{2x - 5} = \frac{2}{5}$   
 (x)  $\frac{x + 3}{2} = \frac{x + 6}{3}$       (xi)  $\frac{7x - 6}{x - 18} = 1$       (xii)  $\frac{4x + 3}{3} = \frac{x + 7}{2}$

### 9.2.1 یک درجی مساواتوں سے متعلق عبارتی سوالات حل کرنا

آئیے یک درجی مساواتوں کی مدد سے کچھ عبارتی سوالات حل کرتے ہیں۔

مثال 1: 96 سنتی میٹر بھارت کا اس طرح ایک مستطیل کی ٹھک دی گئی کہ لمبائی اس کی چوڑائی سے 12 سنتی میٹر زیاد ہے۔ مستطیل

کی لمبائی اور چوڑائی حعلوم کیجیے۔

حل: فرض کریں:

$$\begin{aligned} \text{سنتی میٹر } x &= \text{مستطیل کی چوڑائی} \\ &= x + 12 && \text{مستطیل کی لمبائی} \end{aligned}$$

$$\text{سنتی میٹر } 96 = \text{تاریکی لمبائی (احاطہ)}$$

قارئوں! استعمال کرنے سے

$$\text{احاطہ} = (\text{چوڑائی} + \text{لمبائی})/2$$

$$2[(x + 12) + x] = 96$$

$$2(2x + 12) = 96$$

$$4x + 24 = 96$$

$$4x = 96 - 24$$

$$4x = 72$$

$$\text{سنتی میٹر } x = 18$$

لہن مستطیل کی چوڑائی 18 سنتی میٹر اور لمبائی 30 سنتی میٹر ہے۔

مثال 2: اب سے 32 سال بعد ایک لاکے کی عمر آج سے 8 سال پہلے کی عمر 65 سال ہو گی۔ جانتے ہوئے اب لاکے کی عمر کتنی ہے؟

حل: فرض کریں:

$$\text{اب لاکے کی عمر ہے} = x$$

$$32 \text{ سال بعد اس کی عمر ہو گی} = x + 32$$

وی گئی عبارت کے مطابق:

$$x + 32 = 5(x - 8)$$

$$x + 32 = 5x - 40$$

$$5x - x = 40 + 32$$

$$4x = 72$$

$$x = \frac{72}{4} = 18$$

سال

پس بڑ کے عمر 18 سال ہے۔

### مشق 9.2

- 1. صین نے 10 آنس کریم خریدیں اور دکان دار کو 1,000 روپے کا نوٹ دیا۔ دکان دار نے اسے 250 روپے والیں کر دیے۔ تب اس نے فی آنس کریم کتنے میں خریدی؟
- 2. ایک مستطیل کی لمبائی اس کی چوڑائی کے دو ٹن سے 2 سینٹی میٹر زیادہ ہے۔ اگر مستطیل کا احاطہ 28 سینٹی میٹر ہو تو اس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے۔
- 3. ایک چین کی قیمت 42 روپے اور کاپی کی قیمت 18 روپے ہے۔ معلوم کیجیے کہ 480 روپے میں برابر تعداد میں کتنے ہیں اور کتنی کا پیاس خریدی جا سکتی ہیں؟
- 4. ایک باپ کی عمر اپنی بیوی کی عمر سے دو ٹن ہے لیکن 16 سال پہلے باپ کی عمر کا پارٹ تھی۔ وہ دونوں کی عمر معلوم کیجیے۔
- 5. 200 روپے کی رقم رسمیم اور ٹھان کے درمیان یوں تقسیم کریں کہ رسمیم کی رقم ٹھان کی رقم کے دو ٹن سے 50 روپے زیادہ ہو۔
- 6. ایک شادی ہال کی لمبائی اس کی چوڑائی سے 4 گناز زیادہ ہے۔ اگر ہال کا احاطہ 240 میٹر ہو تو شادی ہال کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے۔
- 7. اسلم کی عمر اس کے والد کی عمر کا آدھا ہے۔ 15 سال پہلے اس کی عمر اپنے باپ کی عمر کا صرف ایک تباہی تھی۔ اب اس کی موجودہ عمر معلوم کیجیے؟
- 8. 500 روپے کی رقم 2 بھائیوں اور 1 بھن کے درمیان یوں تقسیم کیجیے کہ
  - الف۔ بھن کو ہر بھائی کا دو ٹن ملے۔
  - ب۔ ہر بھائی کو بھن کا دو ٹن ملے۔

## اعدادہ مشق 9

- 1- درج ذیل مساوات کے جوابات دیکھیے۔
- یک درجی مساوات کیا ہوتی ہے؟
  - کسی مساوات کے حل سے کیا مراد ہے؟
  - ایک تغیری والی یک درجی مساوات کی تعریف کیجیے۔
- 2- خانی جگہوں کوئی نہ کیجیے۔
- ایسی مساوات جس میں صرف ایک تغیری جو جس کا قوت نہ 1 ہو، تو ایک کہلاتی ہے۔
  - کسی مساوات کا حل اس کی بھی کہلاتا ہے۔
  - کسی فقرے کو درست بناتے کے لیے تغیری قیمت معلوم کرنے کا عمل اس کا کہلاتا ہے۔
  - کسی مساوات کے دونوں اطراف میں کوچح کرنے سے مساوات کی برابری پر کوئی انہنیں پڑتا۔
- 3- درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔
- یک درجی مساوات ایسا کہیجاتی ہے جس کی لاگری ہوتی ہے۔
- |           |        |         |         |
|-----------|--------|---------|---------|
| (الف) ایک | (ب) دو | (ج) تین | (د) چار |
|-----------|--------|---------|---------|
- $$\text{اگر } \frac{1}{2}x = 1 \text{ ہو تو? } \quad \text{(ii)}$$
- |         |                   |       |       |
|---------|-------------------|-------|-------|
| (الف) 2 | (ب) $\frac{3}{2}$ | (ج) 1 | (د) 4 |
|---------|-------------------|-------|-------|
- $$\text{مساوات } 1 + 2x = y \text{ ایسی یک درجی مساوات ہے جس کا قوت نہ ہوتا ہے۔} \quad \text{(iii)}$$
- |         |       |       |       |
|---------|-------|-------|-------|
| (الف) 1 | (ب) 2 | (ج) 3 | (د) 4 |
|---------|-------|-------|-------|
- $$1 + 3x = 7 \text{ کا حل ہوتا ہے:} \quad \text{(iv)}$$
- |               |             |             |             |
|---------------|-------------|-------------|-------------|
| (الف) $x = 3$ | (ب) $x = 2$ | (ج) $x = 1$ | (د) $x = 0$ |
|---------------|-------------|-------------|-------------|

(i)  $2x + 3 = 5x + 7$

(ii)  $5x - \frac{5}{3} = 3x - \frac{2}{3}$

(iii)  $\frac{3}{2}x - \frac{5}{3} = \frac{5}{2} + \frac{7}{3}x$

(iv)  $3(3x - 1) - 8(x + \frac{3}{2}) = 0$

(v)  $\frac{5}{2}(\frac{3}{2} - 2x) + \frac{3}{2}(2x - \frac{5}{2}) = 0$

(vi)  $\frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = \frac{3}{2}x - \frac{1}{3}$

(vii)  $2 - \frac{3}{2}x = \frac{5}{2}(1 - x)$

(viii)  $\frac{2}{5}(3x - 1) = 2x - 1$

(ix)  $\frac{1}{3}(x - 3) + \frac{2}{3} = \frac{4x - 3}{6}$

(x)  $\frac{1}{3}(x - 3) + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}(4x - 3) + \frac{7}{2}$

5۔ عدد معلوم کیجیے۔

(i) 3۔ کو عدد میں تقسیم کرنے سے یہ 10 کے برابر ہوتا ہے۔

(ii) عدد کا تین گناہ 15 ہے۔

(iii) عدد کے تین گناہ میں سے 13 تفریق کرنے سے 8 حاصل ہوتا ہے۔

(iv) عدد کو 5 سے تقسیم کرنے سے اس عدد کے دو گناہ سے 9 کم حاصل ہوتا ہے۔

(v) تین لگا تارا سدا کا جموعہ 45 ہوتا ہے۔

## خلاصہ

- ایک مساوات جس میں صرف ایک متغیر ہو جس کا قوت نہما 1 ہو ایک متغیر والی یہ درجی مساوات کہلاتی ہے۔

- متغیر کی وہ قیمت جو کسی مساوات کو ایک ڈرست قفرہ بنادے مساوات کا حل کہلاتی ہے۔

- مساوات کے دونوں اطراف میں کوئی بھی عدد جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم (تقسیم کی صورت میں فیر ضفر عدد) کیا جاسکتا ہے اور یہ مساوات کی برابری پر کوئی اثر نہیں کرتا۔

## جیو میٹری کے بنیادی تصورات

### مدرسی متصد

اس پوئٹ کی سمجھیں کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

مختل، سچنے متری اور سپلائی متری زاویوں کی تعریف کریں۔

- راسی زاویوں کی تعریف کریں۔

مختل، سچنے متری، سپلائی متری اور راسی زاویوں کی مد سے نامعلوم زاویے معلوم کریں۔

- سی بٹھت کے نامعلوم زاویے معلوم کریں۔

ہم خال اور متماثل ایجاد کو پیچائیں۔

- متماثل کی علامت کو پیچائیں۔

ہم خال یا متماثل جانے کے لیے دو خال پر خصوصیات کا اطلاق کریں۔

- پیچے دی گئی متماثل کی خصوصیات کا اطلاق دو مشاٹوں پر کریں۔

$$SSS \cong SSS$$

$$SAS \cong SAS$$

$$ASA \cong ASA$$

$$RHS \cong RHS$$

وازے کی وضاحت کریں اور اس کے مرکز، رواس، بقطر، وتر، قوس صفحہ اور کبیرہ، نصف دائرہ اور دائرے کے قطعہ کی وضاحت کریں۔

- نصف دائرہ بنانا کراس خصوصیت کو ظاہر کریں کہ نصف دائرے میں موجود زاویہ  $90^\circ$  کا ہوتا ہے۔

- دائرے کا قطعہ بنانا کراس خصوصیت کو ظاہر کریں کہ دائرے کے ایک ہی قطعے کے زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

جیو بیٹری کا ماضی خاصاً قدیم اور تہائیت شان دار ہے۔ اس نے فن کی تخلیق، تہنہ بیوں کے قیام، عمارت کی تعمیر اور دیگر ذیلا کی دیافت میں بہت مدد کی ہے۔ اسی لیے جیو بیٹری ہیئت قدیم ریاضی دانوں کے لیے توجہ کا مرکز بنتی رہی۔



جیو بیٹری کے میدان میں سب سے نمایاں کارکردگی اقلیدس کی تھی۔ اس نے ایک کتاب "اکلیدس کے قوانین" لکھی جس کو تمام دنیا میں پڑھایا جاتا رہا ہے۔

### 10.1 زاویوں کی مختلف صفات

ایسی دو مختلف شعایر میں جن کا نقطہ آغاز مشترک ہوا پس میں زاویہ بناتی ہیں جس کو علامت  $\angle$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ زاویے کی پیمائش کی اکائی ڈگری ( ${}^{\circ}$ ) ہوتی ہے۔ زاویوں کی گروہ ہندی ان کی ڈگری کی پیمائش سے کی جاتی ہے۔ مثلاً قاعص زاویہ، خادو زاویہ، منفر زاویہ، وغیرہ۔

#### 10.1.1 متصل زاویے کے کمیٹری اور کمیٹری زاویے

متصل زاویے سے مراد "ساتھ والا یا پڑوی" ہوتا ہے۔ متصل زاویوں سے ہماری مراد ایک دوسرے کے ساتھ والے زاویے ہیں۔ دو زاویے متصل صرف اس سوت میں ہوتے ہیں، جب:

- (i) ان کا راس مشترک ہو۔
- (ii) ان کا ایک بازو مشترک ہو۔
- (iii) دونوں زاویوں کے دوگر بازوں کی مختلف سوتوں میں ہوں۔

مثال کے طور پر چکل (10.1) میں دیکھا جا سکتا ہے کہ دو زاویے  $\angle BOC$  اور  $\angle AOC$  متصل ہیں کیونکہ ان میں راس "O" اور بازو  $\overline{OC}$  مشترک ہے۔ دوگر بازو  $\overline{OB}$  اور  $\overline{OA}$  مشترک بازو  $\overline{OC}$  کی مختلف سوتوں میں ہیں۔

#### کمیٹری زاویے

جب دو زاویوں کی ڈگری کی پیمائش کا مجموع  $90^{\circ}$  کے برابر ہوتا یہ کمیٹری زاویے کہلاتے ہیں۔ مثال کے طور پر چکل (10.2) میں:

$$m \angle BAD = 60^{\circ}$$

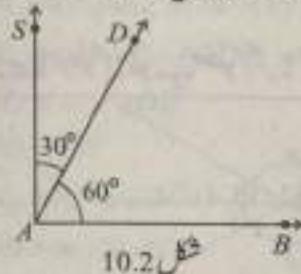
$$m \angle SAD = 30^{\circ}$$

$$m \angle BAD + m \angle SAD$$

$$= 60^{\circ} + 30^{\circ}$$

$$= 90^{\circ}$$

پس  $\angle BAD$  اور  $\angle SAD$  کمیٹری زاویے ہیں۔



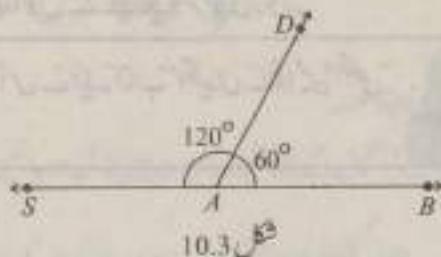
## • سلیمانی زاویے

جب دو زاویوں کی پیمائش کا مجموعہ  $180^\circ$  کے برابر ہو تو یہ سلیمانی زاویے کہلاتے ہیں۔ مثال کے طور پر شکل (10.3) میں

$$m\angle BAD = 60^\circ$$

$$m\angle SAD = 120^\circ$$

$$\begin{aligned} m\angle BAD + m\angle SAD \\ = 60^\circ + 120^\circ \\ = 180^\circ \end{aligned}$$

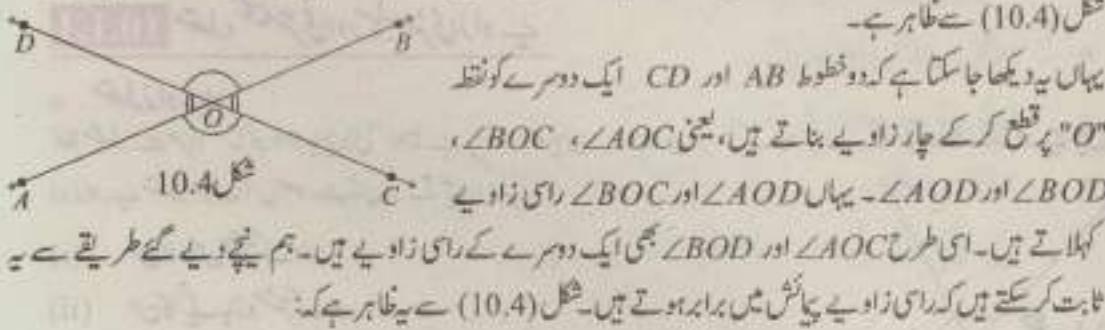


شکل 10.3

دو ڈو زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہے۔ پس یہ سلیمانی زاویے ہیں۔

## 10.1.2 راسی زاویے

روقاٹھ خطوط سے بننے والے غیر متحلز او یہ راسی زاویے کہلاتے ہیں۔ ایسے زاویے ہمیشہ پیمائش میں برابر ہوتے ہیں۔ جیسا کہ شکل (10.4) سے ظاہر ہے۔



شکل 10.4

یہاں یہ دیکھا جاسکتا ہے کہ دو خطوط AB اور CD ایک دوسرے کو تقاطع کر کے چار زاویے بناتے ہیں، یعنی  $\angle AOC$ ,  $\angle BOC$ ,  $\angle AOD$  اور  $\angle BOD$ ۔ یہاں  $\angle BOC$  اور  $\angle AOD$  راسی زاویے کہلاتے ہیں۔ اسی طرح  $\angle AOC$  اور  $\angle BOD$  بھی ایک دوسرے کے راسی زاویے ہیں۔ ہم یقیناً یہی طریقے سے یہ ثابت کر سکتے ہیں کہ راسی زاویے پیمائش میں برابر ہوتے ہیں۔ شکل (10.4) سے یہ ظاہر ہے کہ:

$$m\angle AOD + m\angle AOC = 180^\circ \quad (\text{سلیمانی زاویے})$$

$$m\angle AOC + m\angle BOC = 180^\circ \quad (\text{سلیمانی زاویے})$$

$$m\angle AOD + m\angle AOC = m\angle AOC + m\angle BOC$$

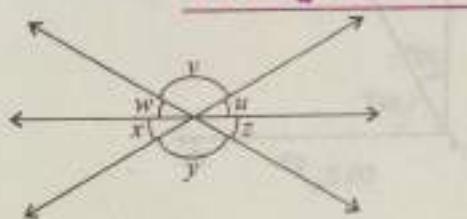
$$m\angle AOD = m\angle BOC$$

اسی طرح ہم یہ بھی ثابت کر سکتے ہیں کہ

$$m\angle AOC = m\angle BOD$$

## 10.1.3 متحلز، سلیمانی، سلیمانی اور راسی زاویوں کی مدد سے نامعلوم زاویے معلوم کرنا

شکل 1: شکل پر غور کیجیے اور ان تمام جزوؤں کے نام لکھیے۔



(a) متحلز زاویے

(b) راسی زاویے

(a) حل: خطہ اولیے

- (i)  $\angle u$  اور  $\angle v$   
 (ii)  $\angle v$  اور  $\angle w$   
 (iii)  $\angle w$  اور  $\angle x$

- (i)  $\angle x$  اور  $\angle y$   
 (ii)  $\angle y$  اور  $\angle z$   
 (iii)  $\angle z$  اور  $\angle u$

زاویوں کے یہ تمام جوڑے حلہ اولیے ہیں۔

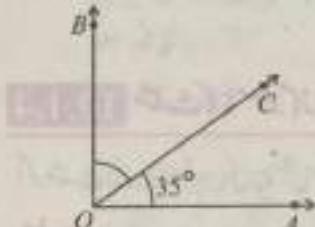
(b) رای زاویے

- (i)  $\angle u$  اور  $\angle x$   
 (ii)  $\angle w$  اور  $\angle z$   
 (iii)  $\angle v$  اور  $\angle y$

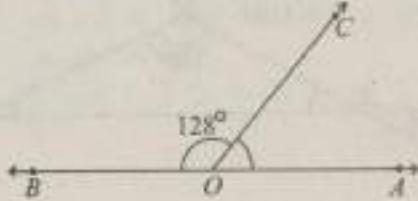
زاویوں کے یہ تمام جوڑے رای زاویے ہیں۔

مثال 2: معلوم زاویوں کی مقداریں لکھئے۔

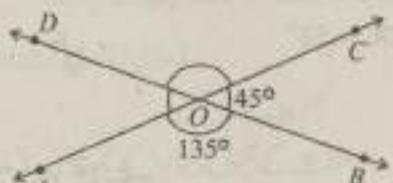
(i)  $m\angle BOC=?$



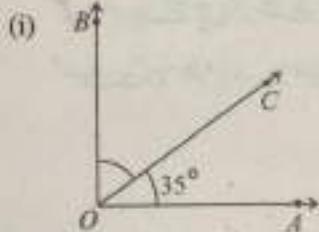
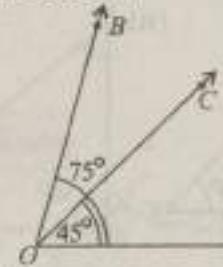
(iii)  $m\angle AOC=?$



(ii)  $m\angle AOD=?$   $m\angle COD=?$



(iv)  $m\angle BOC=?$



یہی معلوم ہے کہ  $\angle AOC$  کی ۳۵ درجے اور  $\angle BOC$  کی ۵۵ درجے ہیں، لہذا

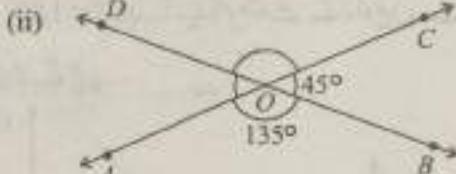
$$m\angle AOC + m\angle BOC = 90^\circ$$

$$35^\circ + m\angle BOC = 90^\circ$$

$$m\angle BOC = 90^\circ - 35^\circ$$

$$= 55^\circ$$

$$m\angle BOC = 55^\circ \quad \text{لہذا}$$



یہی معلوم ہے کہ  $m\angle BOC = 45^\circ$  اور  $m\angle AOB = 135^\circ$  رای زاویے ہیں، لہذا

$$m\angle COD = m\angle AOB$$

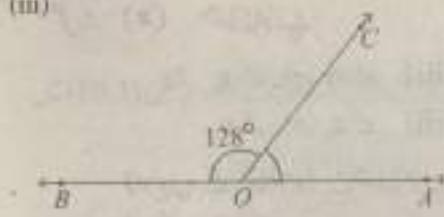
$$m\angle COD = 135^\circ \quad \text{لہذا}$$

ایسا طرح  $\angle AOD$  اور  $\angle BOC$  رای زاویے ہیں، لہذا

$$m\angle AOD = m\angle BOC$$

$$m\angle AOD = 45^\circ \quad \text{لہذا}$$

(iii)



جیسی معلوم ہے کہ  $m\angle AOC = 128^\circ$  اور  $m\angle BOC = 128^\circ$  پس  $\angle COB$  کا ملتمیزی زاویے ہے جس سے  $m\angle AOC + m\angle BOC = 180^\circ$

$$m\angle AOC + m\angle BOC = 180^\circ$$

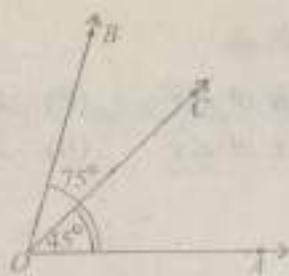
$$m\angle AOC + 128^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle AOC = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$$

$$m\angle AOC = 52^\circ$$

پس ،

(iv)



جیسی معلوم ہے کہ  $m\angle AOC = 45^\circ$  اور  $m\angle AOB = 75^\circ$  اسی طبقے میں  $\angle BOC$  اور  $\angle AOC$  کا ملتمیزی زاویے ہے جس سے  $m\angle AOC + m\angle BOC = \angle AOB$

$$45^\circ + m\angle BOC = 75^\circ$$

$$m\angle BOC = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

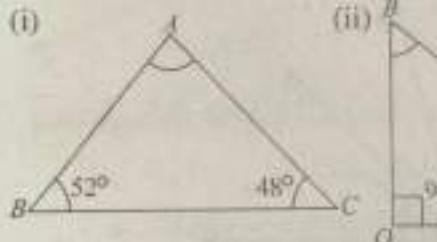
$$m\angle BOC = 30^\circ$$

#### 10.1.4 ملٹ کا نامعلوم زاویے معلوم کرنا

اگر ملٹ کے دو زاویوں کی پیمائش معلوم ہو تو تیسرا دوسرے کی پیمائش معلوم کی جاسکتی ہے۔

**حل 3:** ہم ملٹ میں کا معلوم زاویے معلوم کیجئے۔

(i)



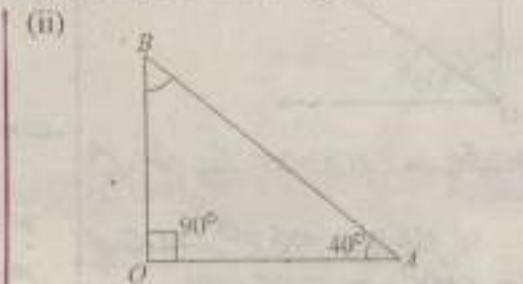
حل: ہم جانتے ہیں کہ ملٹ کے تین زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہوتا ہے۔ آپسے ہم ملٹ کے زاویوں کے مجموعے کی اس خصوصیت کو نامعلوم زاویے معلوم کرنے کے لیے استعمال میں لاتے ہیں۔

(ii)



(ii)

(iii)



ہمیں معلوم ہے۔

ہمیں معلوم ہے۔

$$m\angle B = 52^\circ, m\angle C = 48^\circ, m\angle A = ?.$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$m\angle O = 90^\circ, m\angle A = 40^\circ, m\angle B = ?$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

$$m\angle A + 52^\circ + 48^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle A + 100^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle A = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$m\angle A = 80^\circ$$

پس

$$m\angle O + m\angle A + m\angle B = 180^\circ$$

$$90^\circ + 40^\circ + m\angle B = 180^\circ$$

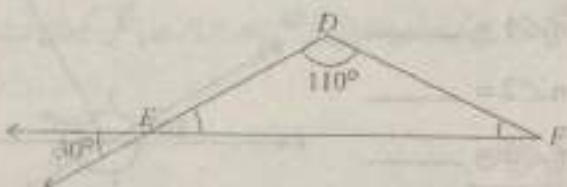
$$130^\circ + m\angle B = 180^\circ$$

$$m\angle B = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$m\angle B = 50^\circ$$

پس

(iii)



$$m\angle D = 110$$

$$m\angle E = 30$$

$$m\angle F = ?$$

میں معلوم ہے۔

(راہی زاویے، رابر ہوتے ہیں)

ہم جانتے ہیں کہ

مکمل کے تینوں زاویوں کا مجموعہ

$$m\angle D + m\angle E + m\angle F = 180^\circ$$

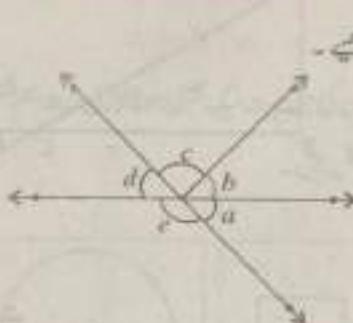
$$110^\circ + 30^\circ + m\angle F = 180^\circ$$

$$140^\circ + m\angle F = 180^\circ$$

$$m\angle F = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

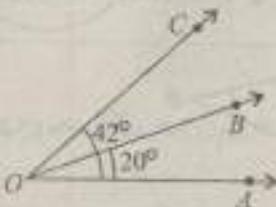
$$m\angle F = 40^\circ$$

### مشق 10.1



-1 مکمل کے تمام مکمل زاویوں کے نام لکھیے۔

-2 میں دی گئی میں میں مکمل کے تین زاویے ہیں جنکی  $m\angle AOC = 42^\circ$  اور  $m\angle AOB = 20^\circ$  ہیں۔



$m\angle BOC$  معلوم کیجیے۔

-3

کمکیا جری اور سائیمسنٹری زاویوں کے جوڑے الگ کیجیے۔

- (i)  $50^\circ, 40^\circ$   
 (iv)  $130^\circ, 50^\circ$

- (ii)  $120^\circ, 60^\circ$   
 (v)  $70^\circ, 20^\circ$

- (iii)  $70^\circ, 70^\circ$   
 (vi)  $50^\circ, 100^\circ$

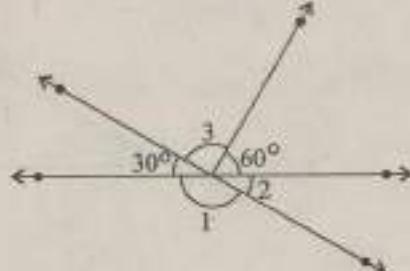
یعنی دی گئی ڈھکل کے تمام نامعلوم زاویے معلوم کیجیے۔

-4

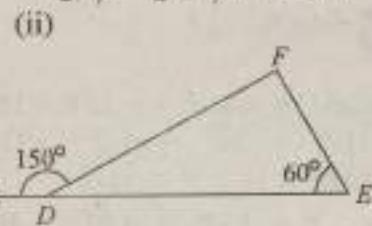
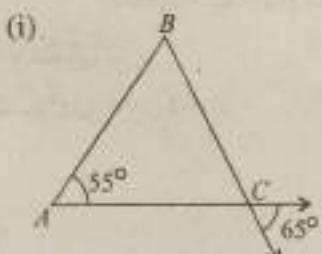
$$m\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$m\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$m\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

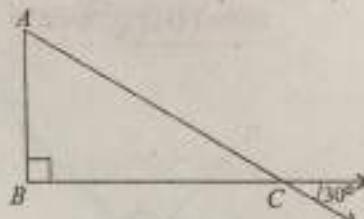


-5



دی گئی قائمہ الزاویہ مثلث کے نامعلوم زاویے معلوم کیجیے۔

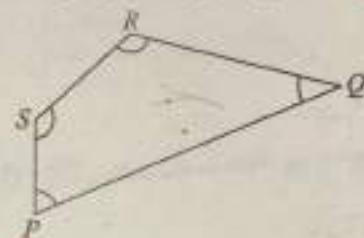
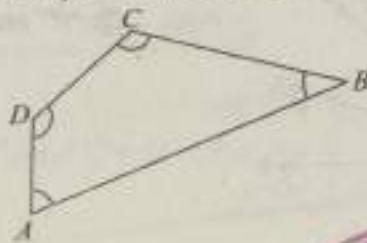
-6



## 10.2 متسائل اور ہم ڈھکل افکال

### 10.2.1 متسائل اور ہم ڈھکل افکال کی شاخت

**متسائل افکال:** اگر دو جیو میسز یکل افکال کی ڈھکل اور جسامت برابر ہو تو وہ متسائل افکال کہلاتیں گی۔ یعنی دی گئی دو افکال کو دیکھیں۔



دی گئی اشکال کے اخلاع اور زاویوں کا موازنہ قابل میں دیا گیا ہے۔

$$m\overline{AD} = m\overline{PS}$$

$$m\angle A = m\angle P$$

$$m\overline{AB} = m\overline{PQ}$$

$$m\angle B = m\angle Q$$

$$m\overline{BC} = m\overline{QR}$$

$$m\angle C = m\angle R$$

$$m\overline{CD} = m\overline{RS}$$

$$m\angle D = m\angle S$$

اپر دیے گئے موازنے سے واضح ہوتا ہے کہ دونوں اشکال کی شکل اور جسمات بالکل بساں ہے۔ اس لیے ہم کہ سکتے ہیں کہ یہ دونوں اشکال متماثل ہیں۔

### 10.2.2 علامت متماثل کی پہچان

ہم جان پکے ہیں کہ وجہ میں تکمیل اشکال کی شکل اور جسمات بساں ہوتے وہ متماثل کہلاتی ہیں۔ وہ شکلوں میں متماثل  $\cong$  کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جسے "متماش ہے" پڑھتے ہیں۔ علامت  $\cong$  و جسموں سے مل کر لیتی ہے۔

- کام مطلب ہے ایک جیسی شکل (ہم شکل)

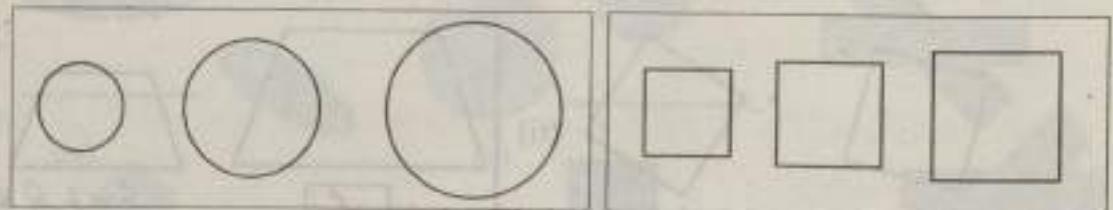
- کام مطلب ہے بساں جسمات (براہبر)۔



تماثل کی علامت گات فرانسیل نے تکمیل دی تھی۔ اس کی پیدائش 1596ء اور وفات 1650ء میں ہوئی۔  
گات فرانسیل نے ریاضیاتی علامات میں قابل قدر خدمات سرا جنم دیں۔

### تمثیل اشکال

اسی اشکال جو دیکھنے میں تو ایک جیسی ہوں گرانت کی جسمات ایک جیسی ہوں لازمی نہ ہو، ہم شکل اشکال کہلاتی ہیں۔ مثال کے طور پر نیچے دیے گئے تمام دائرے ہم شکل ہیں اور مربوط بھی ہم شکل ہیں۔



لیکن یہ ایک دوسرے سے متماثل نہیں ہیں کیونکہ ہر دائرے کی جسمات مختلف اور ہر مربع کی جسمات بھی مختلف ہے۔

## 10.2.3 اشکال میں تماش یا ہم شکل ہونے کی خاصیت کا اطلاق

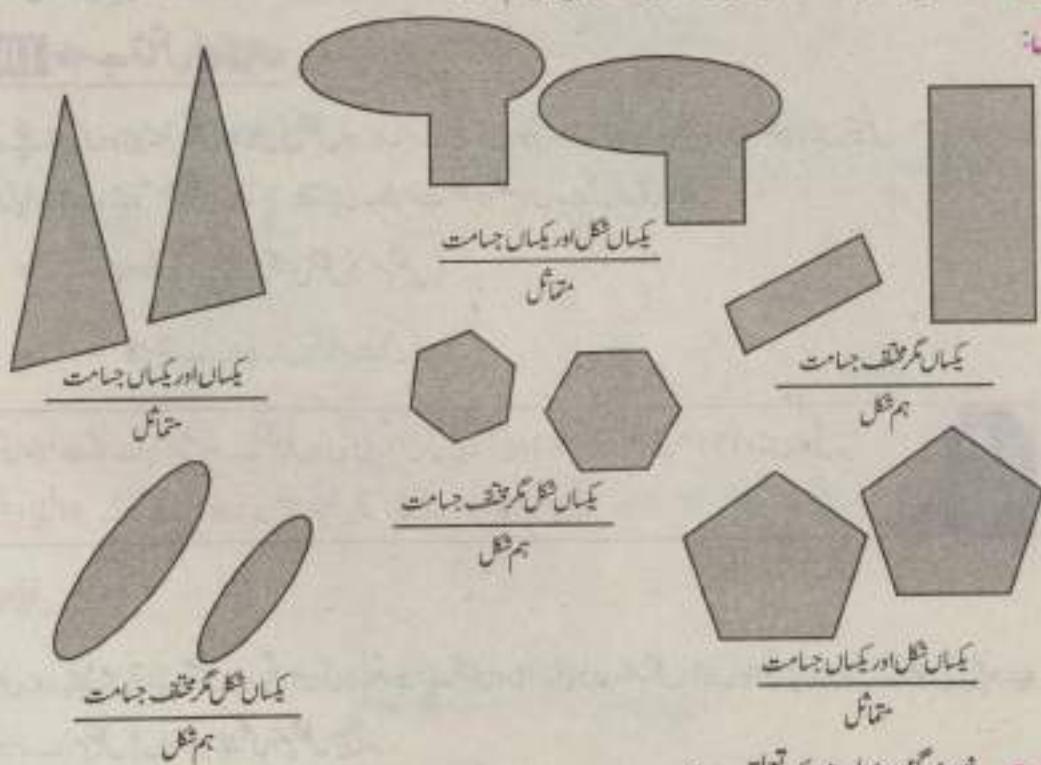
ہم شکل اور متباش اشکال میں فرق یہ ہے کہ:

- متباش اشکال کی شکل اور جسمات یکساں ہوتی ہے۔

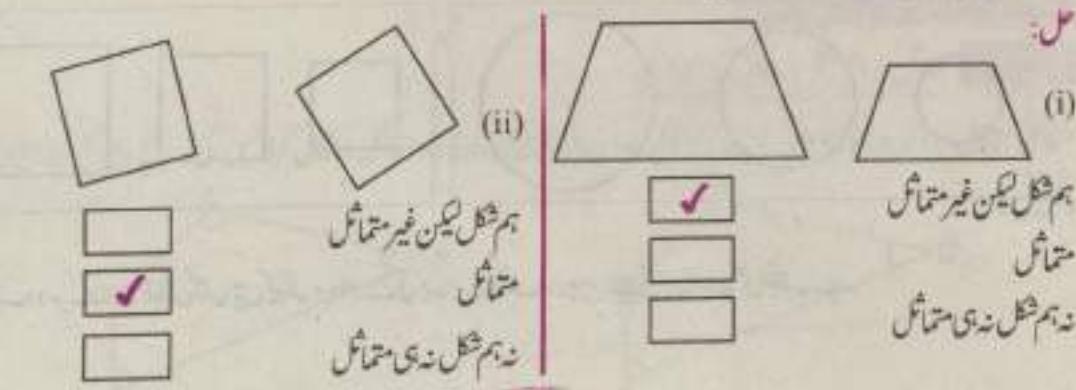
- ہم شکل اشکال کی شکل یکساں ہوتی ہے مگر ان کی جسمات مختلف ہو سکتی ہے۔

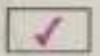
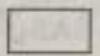
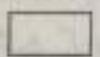
آئیے دو اشکال میں ہم شکل اور متباش کو دیکھنے کے لیے، انہی خصوصیات کا اطلاق کرتے ہیں۔

**مثال 1:** فیصلہ کیجیے کہ ہر جوڑے میں دی گئی اشکال متباش ہیں یا ہم شکل۔



**مثال 2:** نیچے دی گئی اشکال میں کیا تعلق ہے؟





(iv)

ہم شکل یعنی غیر متماثل  
متماثل

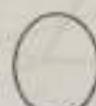
نہ ہم شکل نہی متماثل



(iii)

ہم شکل یعنی غیر متماثل  
متماثل

نہ ہم شکل نہی متماثل



(vi)

ہم شکل یعنی غیر متماثل  
متماثل

نہ ہم شکل نہی متماثل



(v)

ہم شکل یعنی غیر متماثل  
متماثل

نہ ہم شکل نہی متماثل

## مشق 10.2

ہم شکل اشکال کی مثالوں سے وضاحت کریں۔ -1

کیا ہم شکل اشکال متماثل بھی ہوتی ہیں؟ مثالیں دیں۔ -2

کیا متماثل اشکال ہم شکل ہوتی ہیں؟ مثالوں سے تابت کریں۔ -3

ہم شکل اور متماثل اشکال کے جوڑے پہچائیں۔ -4



(i)



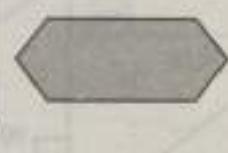
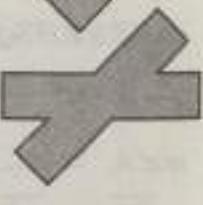
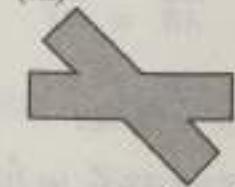
(ii)



(v)



(iii)



### 10.3 متماثل مثلثیں

متشاٹوں کا تذکرہ کرتے ہوئے، دو مثلثیں صرف جب متماثل ہوں گی، جب:

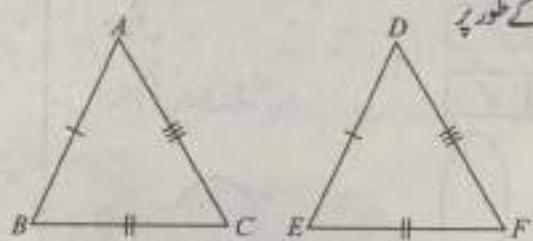
(a) ایک مثلث کے تینوں اضلاع دوسری مثلث کے متعلقہ تینوں اضلاع سے متماثل ہوں۔ یعنی  $SSS \cong SSS$

مثال کے طور پر  $\triangle ABC \leftrightarrow \triangle DEF$  میں

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{EF}$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DF}$$



$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  پس،

(b) ایک مثلث کے دو اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ دوسری مثلث کے متعلقہ دونوں اضلاع اور درمیانی زاویے سے متماثل ہوں۔ یعنی  $SAS \cong SAS$ . مثال کے طور پر

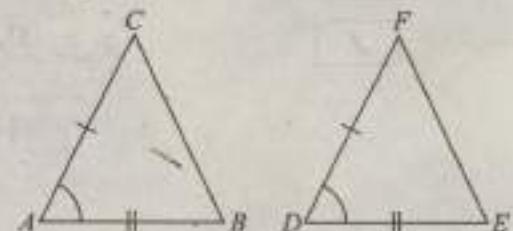
مثال کے طور پر  $\triangle ABC \leftrightarrow \triangle DEF$  میں

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$

$$\angle A \cong \angle D$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DF}$$

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  پس،



(c) ایک مثلث کے دو زاویے اور ان کا درمیانی خلیج دوسری مثلث کے متعلقہ زاویوں اور خلیج کے متماثل ہوں یعنی  $ASA \cong ASA$ .

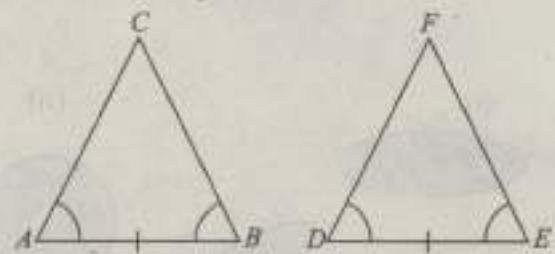
مثال کے طور پر  $\triangle ABC \leftrightarrow \triangle DEF$  میں

$$\angle A \cong \angle D$$

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$

$$\angle B \cong \angle E$$

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  پس،



(d) ایک مثلث کا وتر اور ایک خلیج (قاعدہ یا مود) دوسری مثلث کے متعلقہ خلیج اور وتر کے متماثل ہوں۔ یعنی  $RHS \cong RHS$ .

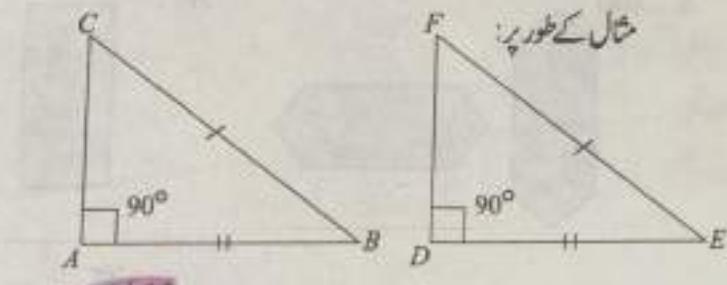
مثال کے طور پر  $\triangle ABC \leftrightarrow \triangle DEF$  میں

$$m\angle A = m\angle D = 90^\circ$$

$$\overline{BC} \cong \overline{EF}$$

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$

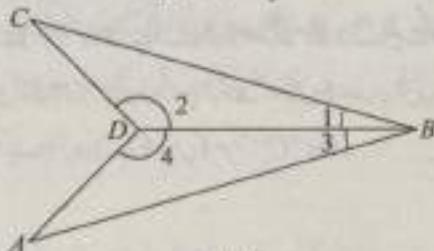
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  پس،



### مشق 10.3

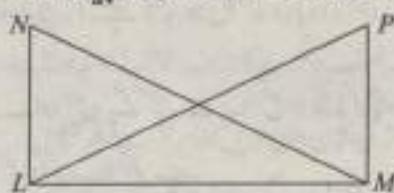
-1. اگر مثلث کے دو زاویوں کی میانش  $35^\circ$  اور  $80^\circ$  ہوں تو تیسرا زاویہ کی میانش معلوم کیجیے۔

-2. دی گئی ٹھل میں  $\angle 3$  اور  $\angle 4$  اور  $\angle 1 \cong \angle 2$  ہے۔ ثابت کیجیے کہ  $\Delta ABD \cong \Delta BDC$

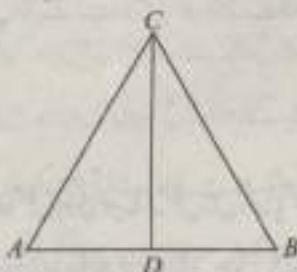


-3. اگر کسی مثلث کے ایک زاویے کی ناصف شعاع متقابل ضلع کی تنصیف کرے تو ثابت کیجیے کہ اسی مثلث متماثل اس قسم ہوگی۔

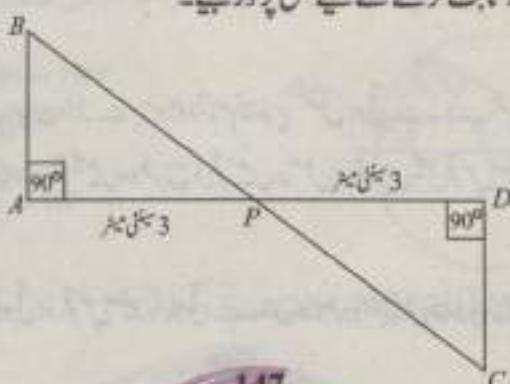
-4. دی گئی ٹھل میں  $\angle LMN \cong \angle MLP$  اور  $\angle P \cong \angle N$  ہے۔ تو ثابت کیجیے کہ  $\overline{LN} \cong \overline{MP}$  اور  $\overline{LP} \cong \overline{MN}$



-5. دی گئی مثلث  $\triangle ABC$  میں  $\overline{AD} \cong \overline{BD}$  اور  $\overline{CA} \cong \overline{CB}$  اور  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$  ہے تو ثابت کیجیے کہ  $\angle ACD \cong \angle BCD$

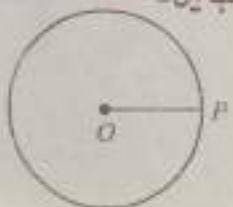


-6. ثابت کرنے کے لیے ٹھل پر فور کیجیے۔  $\triangle ABP \cong \triangle DCP$



دائرہ جو بھی کس سے جانی پہنچائی شکل ہے جس کا مشابہہ ہم اکثر اپنے اور گرد کرتے رہتے ہیں۔ پہنچ، سورج، چاند، ایک، دو اور پانچ دارے کے عکس دائرے کی پہنچ لیں ہیں۔ لہذا ہم اس کی تعریف یوں کر سکتے ہیں کہ۔

”مستوی کے کسی ایک میں نقطہ جو دائرے کا مرکز کہلاتا ہے، سے تم فاصلہ تمام نقاط کے سینٹ کو دائزہ کہتے ہیں۔“  
فرض کریں  $OP$  ایک ایسا نقطہ ہے جو کسی میں نقطہ ” $O$ “ سے دوران حرکت مخصوص فاصلہ پر ہی رہتا ہے۔ یہ نقطہ دو ہوئی شکل کے مطابق ایک دائزہ بناتے گا جس کا مرکز ” $O$ “ ہوگا۔

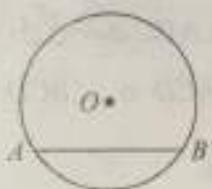


### رواس

مرکز اور دائزے پر موجود کسی نقطے کا درمیانی فاصلہ رواس کہلاتا ہے۔ یہاں  $O$  اور  $P$  کا درمیانی فاصلہ رواس ہے۔ جب کو دائزے کے کسی نقطہ کو مرکز سے ملانے والا قطعہ خط دروازی قطعہ کہلاتا ہے۔ اس شکل میں  $\overline{OP}$  ایک دروازی قطعہ ہے۔

### قطر

ایسا قطعہ خط جو دائزے کے مرکز سے گزرے اور اس کے کنارے پر واقع دون نقاط کو جوئے، دائزے کا قطر کہلاتا ہے۔ دو گئی شکل میں  $\overline{CD}$  دائزے کا قطر ہے۔



### دائے کا دائرہ

ایسا قطعہ خط جو دائزے پر واقع دون نقاط کو آپس میں ملانے سے حاصل ہو، دائزے کا دائرہ کہلاتا ہے۔ دو گئی شکل میں  $\overline{AB}$  دائزے کا دائرہ ہے۔

### قوس

اگر ہم ایک دائزے کو کائیں تو ہمیں ایک قوسی شکل حاصل ہوگی جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہ مکمل شکل سکھلیا قطعہ کہلاتی ہے۔ جب کہ  $\overline{BC}$  دائزے کی قوس کہلاتی ہے جس کے رواس  $O$  اور  $\overline{OC}$  اور  $\overline{OB}$  ہیں۔

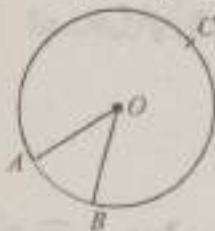


ایک قوس دو اختتامی نقاط اور ان کے درمیان دائزے پر موجود تمام نقاط پر مشتمل ہوتی ہے۔ جب ہم ایک دائزے کو اس طرح کائیں کہ دائزے کا ایک قطعہ دوسرے سے پھونکا ہو تو ہمیں دو طرح کی قوسیں حاصل ہوتی ہیں یعنی قوس صغریہ اور قوسیہ کہیں۔

### قوسیہ صغریہ

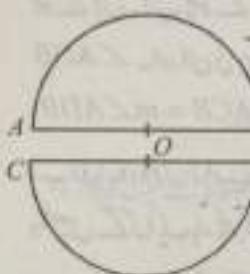
ایسی قوس جو دائزے کے نصف سے چھوٹی ہو، قوسیہ صغریہ کہلاتی ہے۔ اس کا نام دو اختتامی نقاط کی مدد سے رکھا جاتا ہے۔

ایسی قوس جو دائرے کے نصف سے بڑی ہو تو اس کبیرہ کہلاتی ہے۔ اس کا نام تین نقطات کی مدد سے رکھا جاتا ہے۔ یعنی پہلا اور آخری نقطاتی نقطہ اور درمیانی نقطہ جو ان اختناتی نقطات کے درمیان قوس پر موجود ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر اگر تم کسی دائرے کو کوئی سے دو متنامات A اور B پر کاٹ دیں تو وہ قوس AB اور ACB بنتی گی۔ قوس AB قوسِ سفید ہے جب کہ ACB قوس کبیرہ ہے۔



#### 10.4.1 نصف دائرہ

اب اس معاملے پر غور کریں کہ اگر ہم ایک دائرے کو اس طرح کا بنئے ہیں کہ دونوں قوسیں برابر ہوں اور یہ جب ہو سکتا ہے جب اس کے قطر سے کاٹا جائے۔ اس عمل سے ہمیں دو نیم دائرے یا نصف دائرے حاصل ہوتے ہیں۔



**عمل 1:** ایک دائرہ لائیں، اس کے مرکزی نشان دی کریں اور مرکز سے قطر کچھیں۔

قطر کی مدد سے مثلث کا ایک خلیج بنائیں اور دیگر دو ضلعے محیط پر ہم ہو جو کسی راس سے ملتا چاہیں۔

**عمل 2:** مرکز سے محیط پر موجود راس تک ایک راس کچھیں کر مثلث کو حصوں میں تقسیم کریں۔

**عمل 3:** غور کریں تو ہر چھوٹی مثلث کے دو اضلاع دائرے کے راس ہیں اور کسی بھی دائرے کے تمام راس برابر ہوتے ہیں۔

اس کا مطلب یہ ہوا کہ ہر چھوٹی مثلث کے دو اضلاع ایسا بھی میں برابر ہیں۔ لہذا دونوں مثلثیں متماثل اساقیں ہیں۔

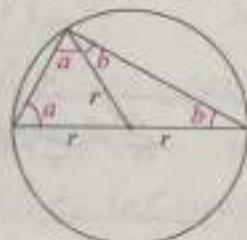
**عمل 4:** چونکہ ہر چھوٹی مثلث متماثل اس قسمن مثلث ہے۔ لہذا یہ ایسا بھی ہے کہ اس کے دو زاویے بھی برابر ہوں۔

**عمل 5:** کسی بھی مثلث کے اندر وہی زاویوں کا مجموع  $180^\circ$  ہے۔ ویکنی مثلث میں ہم غور کر سکتے ہیں کہ بڑی مثلث میں تین زاویے  $a$  اور  $b$  اور  $c$  ہیں۔ اس کو تم مندرجہ ذیل مساوات کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

$$a + b + (a + b) = 180^\circ$$

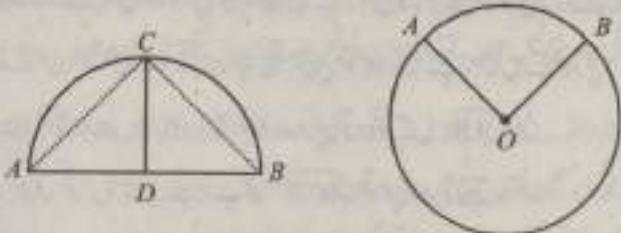
$$2a + 2b = 180^\circ$$

$$a + b = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

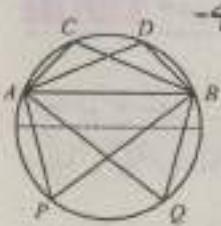


اُس ثابت ہوا کہ نصف دائرے کا اندر وہی زاویہ قائم ہوتا ہے۔

دائرے کا قطعہ اس کا ایک حصہ ہوتا ہے جس کو دائرے کے ساتھ ساتھ کا نام گیا ہوتا ہے۔ نیچے دی گئی اشکال کو دیکھیں۔



$\widehat{AB}$  سے متعلق قوس  $ACB$  دائرے کا قطعہ کہلاتا ہے۔ دوسری ٹکل میں  $AOB$  دائرے کا قطعہ ہے۔



اب دائرے کو قطر کی بجائے کسی بھی وتر کے ساتھ ساتھ کا لیجئے۔ آپ کو دو قطعے حاصل ہوتے ہیں۔ اب چھوٹے قطعے کے دو کٹھے ہوئے زاویے ہائے یعنی  $\angle ACB$  اور  $\angle ADB$  ہیں۔ اور ان کی بیانیں کیجئے۔ ہم دیکھیں گے کہ دونوں کی مقدار برابر ہے یعنی

$$m\angle ACB = m\angle ADB$$

اب دوبارہ دونوں زاویے بڑے دائرہ وی قطعوں میں ہائے یعنی  $\angle APB$  اور  $\angle AQB$  اے۔ ان کی دوبارہ بیانیں کریں، آپ دیکھیں گے کہ ایک بار پھر

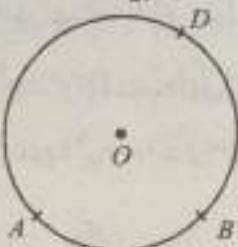
$$m\angle APB = m\angle AQB$$

اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ کسی دائرے کے ایک ہی قطعے کے زاویے بیانیں میں برابر ہوتے ہیں۔

## مشق 10.4

-1 رہاں 5 سینٹی میٹر =  $OA$  کا ایک دائرہ لگائے اور اس کا قطر معلوم کیجئے۔

-2 دی گئی ٹکل میں قوس صغری اور قوس کبیرہ کی نشاندہی کیجئے۔



-3 ایک دائرے کے کتنے قطر کھینچے جاسکتے ہیں؟ ایک دائرہ کھینچیں اور کم از کم 5 مختلف قطر کھینچیں۔

-4 8 سینٹی میٹر رہاں کا ایک نصف دائرہ لگائیں۔

-5 ایک دائرہ بنایا کر اس کو دو قطعات میں کاٹیے اور ہر قطعے میں اندر وہی زاویے ہائے یعنی بیانیں کیجئے۔

## احادیہ مشق 10

-1 مندرجہ ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔

- (i) مصلذ زاویوں سے کیا مراد ہے؟
- (ii) کمپیٹری زاویوں اور سلیمیٹری زاویوں میں کیا فرق ہوتا ہے؟
- (iii) تمہل کی علامت کیا ہے؟
- (iv) رای زاویوں کی تعریف کیجیے۔
- (v) تو سی محیرہ اور قوس کبڑہ میں فرق کیجیے۔
- (vi) دائرہ کیا ہے؟
- (vii) خالی جھبکوں کو نہ کیجیے۔

-2 زاویوں سے مراد ایک دوسرے کے ساتھ واقعہ زاویے ہیں۔

- (i) اگر دو زاویوں کا مجموعہ جو تو وہ کمپیٹری زاویے ہے کہلاتے ہیں۔
- (ii) فیر مصلذ زاویے جو دو قاطع خطوط سے بینیں زاویے کہلاتے ہیں۔
- (iii) اور دو ہنگام متماثل ہوں گی اگر وہ میں ایک جیسی ہوں۔
- (iv) مستوی کے کسی ایک صحن نظر، جو دائرے کا کہلاتا ہے، سے ہم فاصلہ تمام ناقاط کے سینٹ کو دائرہ کہتے ہیں۔

(v) «مخلیش متماثل ہوتی ہیں جب ایک مثاث کے تینوں اضلاع دوسری مثاث کے تینوں اضلاع کے ہوں۔

(vi) اسی ہنگام جن کی شکل ایک سی ہو لیکن ان کی جسمت یکساں ہو۔

(vii) رای زاویے بیش مقدار میں ہوتے ہیں۔

-3 ذرست جواب پر صحیح کائنات (✓) لکائیے۔

(i) ہم ہنگام کے لیے علامت ہے۔

(الف) ۰ (ب)  $\circ$  (ج)  $\cong$  (د) ~

(ii) ایسا خط جو دائرے کے دو قطعات کو ملانے سے حاصل ہو، کہلاتا ہے۔

. (الف) دتر (ب) توں (ج) روں (د) قطر

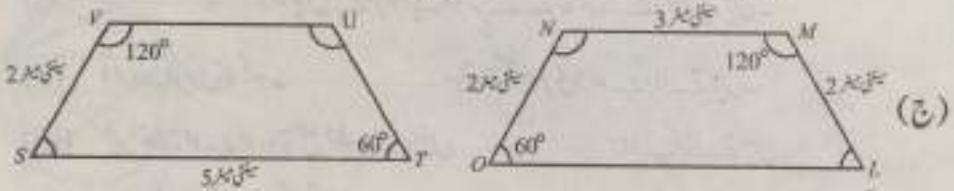
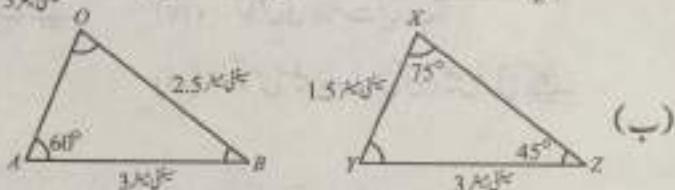
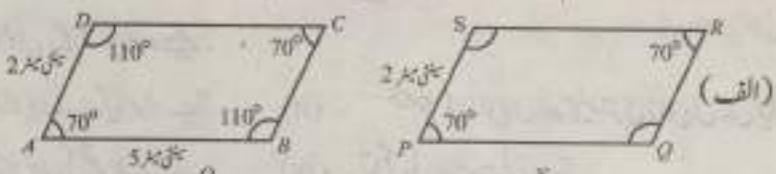
(iii) کمپیٹری زاویوں کے جوڑے میں اگر ایک زاویہ  $45^\circ$  کا ہو تو دوسرے زاویے کی پیمائش ہوگی۔

(الف)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $90^\circ$

(iv) سلیمیٹری زاویوں کے جوڑے میں اگر ایک زاویے کی پیمائش  $60^\circ$  ہو تو دوسرے زاویے کی پیمائش ہوگی۔

(الف)  $45^\circ$  (ب)  $90^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $180^\circ$

(v) ان متماثل اشکال میں نامعلوم ا角逐 اور زاویوں کی پیمائش معلوم کیجئے۔



اگر  $a$  اور  $b$  کمپیمیٹری زاویے ہوں تو (a) کی پیمائش معلوم کیجئے جب کہ (b) کی پیمائش  $40^\circ$  ہے۔

اگر  $x$  اور  $y$  دو سیمیٹری زاویے ہوں اور  $m \angle x = 60^\circ$  ہو تو  $y$  کی پیمائش معلوم کیجئے۔

### خلاصہ

دو ایسے زاویے جن میں ایک بازا و ایک راس مشترک ہو جبکہ غیر مشترک بازو کے مقابل اطراف میں ہوں، متصلاً زاویے کہلاتے ہیں۔ کمپیمیٹری زاویے کہلاتے ہیں۔

اگر دو زاویوں کا مجموعہ  $90^\circ$  ہو تو وہ سیمیٹری زاویے کہلاتے ہیں۔

اگر دو زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہو تو وہ غیر متصلاً زاویے، راسی زاویے کہلاتے ہیں۔

اگر وہ خطوط ایک دوسرے کو قطع کریں تو ان سے بننے والے غیر متصلاً زاویے، راسی زاویے کہلاتے ہیں۔

اگر وہ چیزوں میں ایک ایک میں بھی ہو تو وہ ہم میں کہلاتی ہیں۔

(i)  $SSS \cong SSS$  (ii)  $SAS \cong SAS$  (iii)  $ASA \cong ASA$  (iv)  $RHS \cong RHS$  میں سے کوئی بھی خاصیت پائے جانے پر وہ مذکور متماثل ہوں گی۔

کسی نقطے سے بننے والا ایسا رستہ جو ہمیشہ ایک میںن نقطے سے برابر فاصلے پر رہے وہ اور کہلاتا ہے۔

ایسا قطعہ خط جو دو اورے پر واقع دو نقاط کو ملانے سے حاصل ہو دو اورے کا اور کہلاتا ہے۔

دائرے کے مرکز سے گزرنے والا اور دو اورے کا قطر کہلاتا ہے۔

قطر کے ساتھ ساتھ کاٹ کر بننے والا قطعہ نصف دائرہ کہلاتا ہے۔

نصف دائرے کا اندر وہی زاویہ، ترا میکنڈ زاویہ ہوتا ہے۔

دائرے کے ایک ہی قطعے کے اندر وہی زاویے پیمائش میں برابر ہوتے ہیں۔

## عملی جیو میسری

### مدرسی مقاصد

اس یونٹ کی تخلیل کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- قطع خط کو دی گئی تعداد کے مطابق بر ای حصوں میں تقسیم کریں۔

- قطع خط کو دی گئی نسبت کے مطابق تقسیم کریں۔

- ایک مثلث بنا کیں جب اس کا احاطہ اور اضلاع کی لمبا یوں میں نسبت دی گئی ہو۔

- ایک متساوی الاضلاع مثلث بنا کیں جب

- قاعدہ معلوم ہو۔

- ارتفاع معلوم ہو۔

- ایک متساوی الاضلاع مثلث بنا کیں جب

- قاعدہ اور قاعدے کا زاویہ معلوم ہو۔

- وتر کا زاویہ اور ارتفاع معلوم ہو۔

- ارتفاع اور قاعدے کا زاویہ معلوم ہو۔

- ایک متوازی الاضلاع بنا کیں جب

- دو متصلا اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ معلوم ہو۔

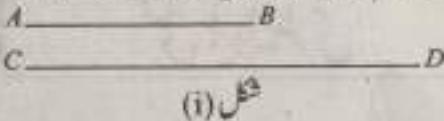
- دو متصلا اضلاع اور ایک وتر معلوم ہو۔

- عملی طور پر ثابت کریں کہ

- مثلث کے زاویوں کا مجموعہ  $180^{\circ}$  ہے۔

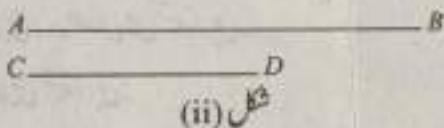
- متوازی الاضلاع کے زاویوں کا مجموعہ  $360^{\circ}$  ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ دو قطعات خط کا باہم موازنہ ہم ان کی لمبائی کی پیمائشوں سے کر سکتے ہیں۔



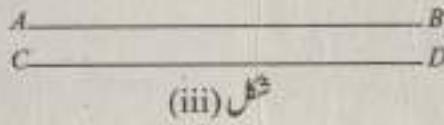
ٹھل (i)

ٹھل (i) میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ قطعہ خط  $AB$  قطعہ خط  $CD$  سے چھوٹا ہے کیون کہ  $\overline{AB}$  کی لمبائی  $\overline{CD}$  کی لمبائی سے کم ہے۔  
یعنی  $m\overline{AB} < m\overline{CD}$



ٹھل (ii)

ٹھل (ii) میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ قطعہ خط  $AB$  قطعہ خط  $CD$  سے لمبا ہے کیون کہ  $\overline{AB}$  کی لمبائی  $\overline{CD}$  کی لمبائی سے زیاد ہے۔  
یعنی  $m\overline{AB} > m\overline{CD}$

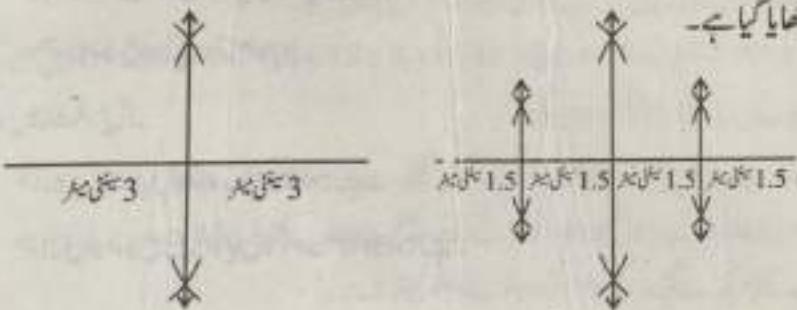


ٹھل (iii)

ٹھل (iii) میں ہم دو قطعات خط کے موازنہ کی تیسرا اور آخری صورت دیکھ سکتے ہیں۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں قطعات خط لمبائی میں برابر ہیں۔  
یعنی  $m\overline{AB} = m\overline{CD}$   
ایسے قطعات خط جن کی لمبائی برابر ہو متاثر قطعات خط کہلاتے ہیں۔

### 11.1.1 قطعہ خط کی برابر قطعات میں تقسیم

چھپی جماعت میں ہم سیکھے چکے ہیں کہ کسی قطعہ خط کے حصوں کی لگاتار تنصف سے اس کو بذلت قطعات میں تقسیم کیا جاسکتا ہے جیسا کہ نیچے ٹھل میں دکھایا گیا ہے۔



اب ہم ایک اور طریقہ سمجھتے ہیں جس کے مطابق کسی قطعہ خط کو طاقت متناٹ قطعات میں تقسیم کیا جاتا ہے یعنی 1, 1.5, 3, 5, ... اور دیگر حصوں میں ہم یہ طریقہ ایک مثال کی مدد سے سمجھیں گے۔

**مثال 1:** 14 سنتی میٹر لے قطعہ خط PQ کو 7 بار قطعات خط میں تقسیم کیجیے۔

**حل:** اقدامات علی:

(i) 14 سنتی میٹر لے باقاعدہ خط PQ کیچھیں۔ (پان استعمال کریں)

(ii) قطعہ خط PQ کے ساتھ ایک حادہ زاویہ بناتی ہوئی شعاع PR کیچھیں۔ (پان استعمال کریں)

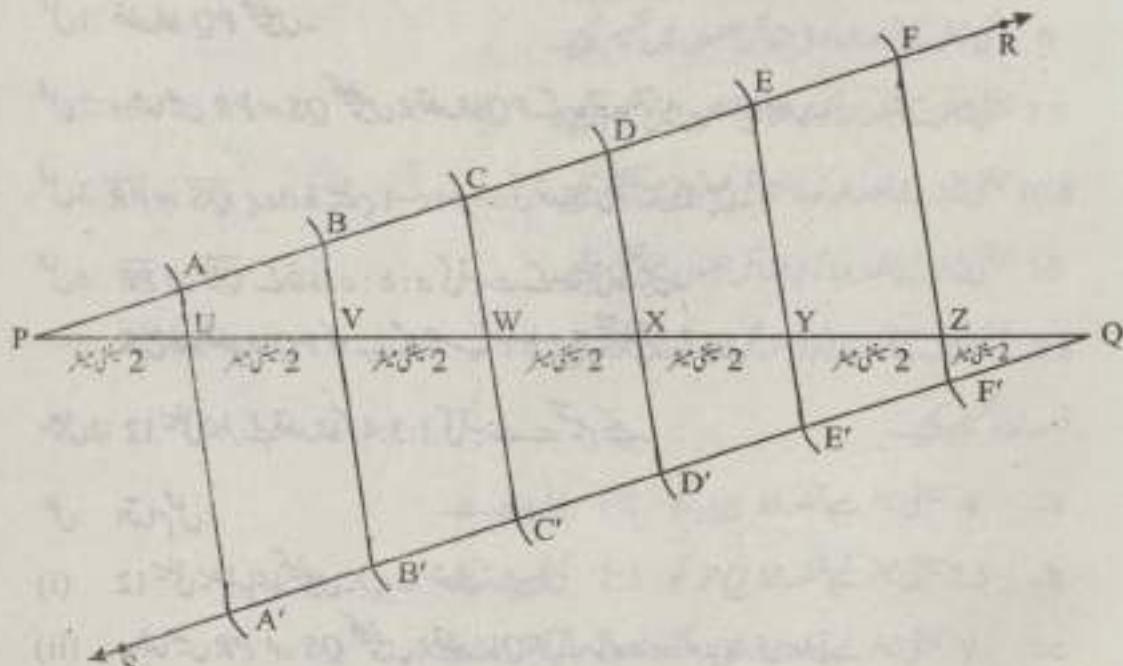
(iii) سبی زاویہ بناتی ہوئی ایک اور شعاع QS کیچھیں۔

(iv) چھ تو سیں لگائیں (قطعہ خط کے مطلوبہ تعداد سے ایک کم) جو مناسب رواں کی ہوں اور شعاع PR کو قاطع

(v) اسی طرح ایک ہی رواں کی چھ تو سیں لگائیں جو شعاع QS کو باترتیب 'A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F' پر قطع کریں۔

(vi) قطعات  $\overline{AD}$ ,  $\overline{DE}$ ,  $\overline{EF}$ ,  $\overline{FF'}$ ,  $\overline{EE'}$ ,  $\overline{DD'}$ ,  $\overline{CC'}$ ,  $\overline{BB'}$ ,  $\overline{AA'}$  کیچھیں۔ یہ قطعات خط، قطعہ خط PQ کو باترتیب فقط

-Z, Y, X, W, V, U اور  $Z'$  پر قطع کرتے ہیں۔



(vii) چھ  $\overline{PU}$ ,  $\overline{PV}$ ,  $\overline{PV}$ ,  $\overline{VW}$ ,  $\overline{VW}$ ,  $\overline{WX}$ ,  $\overline{WX}$ ,  $\overline{ZY}$  اور  $\overline{ZY}$  قطعہ خط PQ کے سات مطلوبہ متساں ہے جس۔

**نوت:** حاصل تقسم کے ساتھ یا اس کا موازنہ کرنے سے نتائج کی پوتال کی جائیگی ہے۔

### 11.1.2 دی ای بست میں قطعہ خط کی تقسیم

بچپن مثال میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ قاطع قاطعات U, V, W, X, Y اور Z قطعہ خط PQ کو ایک خاص بست سے بھی تقسیم کر رہے ہیں۔

نقطہ U، قطعہ خط  $PQ$  کو 1:6 کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔

نقطہ V، قطعہ خط  $PQ$  کو 2:5 کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔

نقطہ W، قطعہ خط  $PQ$  کو 3:4 کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔

نقطہ X، قطعہ خط  $PQ$  کو 4:3 کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔

نقطہ Y، قطعہ خط  $PQ$  کو 5:2 کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔

نقطہ Z، قطعہ خط  $PQ$  کو 1:6 کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔

اب ہم دی گئی نسبت سے قطعہ خط کو تقسیم کرنا سمجھتے ہیں۔ فرض کریں کہ دی گئی نسبت  $a:b:c$  ہے۔ اس لیے:

**حل 1:** قطعہ خط  $PQ$  کچھیں۔

**حل 2:** دو شعاعیں  $PR$  اور  $QS$  اور  $QS$  کچھیں جو قطعہ خط  $PQ$  کے ساتھ خادو زاویہ بنا رہی ہوں۔

**حل 3:**  $\overline{PR}$  اور  $\overline{QS}$  پر بردار فاصلے پر  $a+b+c$  کی تعداد میں تو سیں لگائیں۔

**حل 4:**  $\overline{PR}$  اور  $\overline{QS}$  کے نقطہ کو  $a:b:c$  کی نسبت کے مطابق لگائیں۔

قاطع نقطہ قطعہ خط  $PQ$  کو دیے گئے علاوہ  $a:b:c$  میں تقسیم کرتے ہیں۔

**مثال 2:** 12 سینٹی میٹر لے قطعہ خط کو 4:3:1 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔

**حل:** الگام عمل:

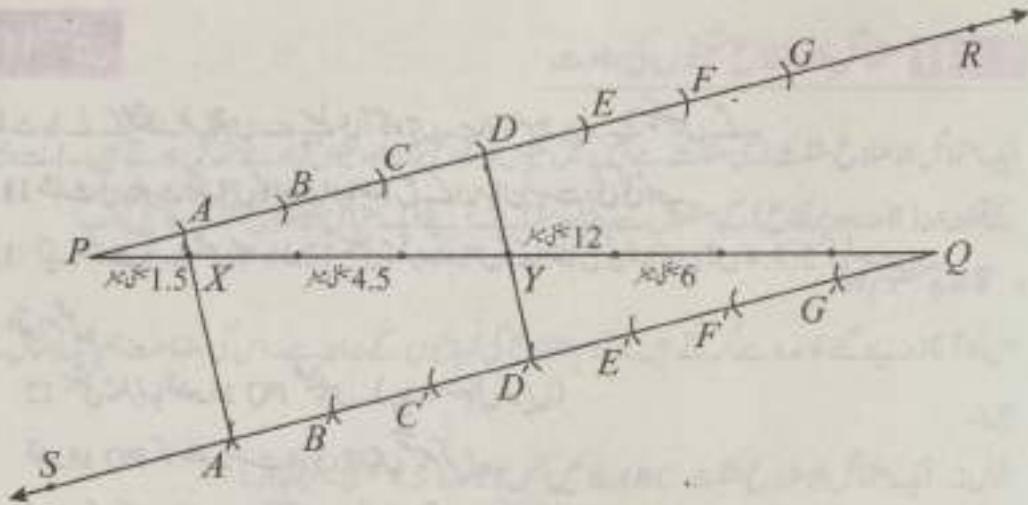
(i) 12 سینٹی میٹر لے قطعہ خط کچھیں۔ (بیان استعمال کریں)

(ii) دو شعاعیں  $PR$  اور  $QS$  کچھیں جو قطعہ خط  $PQ$  کے ساتھ خادو زاویہ بنا رہی ہوں۔

(iii) مناسب رہاں کی 7 قوسیں لگائیں جو شعاع  $PR$  کو نقطہ  $A, B, C, D, E, F$  اور  $G$  پر قطع کریں اور شعاع  $QS$  کو نقطہ  $A', B', C', D', E', F'$  اور  $G'$  پر قطع کریں۔

(iv) قطعات خط 'AA' اور 'DD' کچھیں۔ یہ خطوط قطعہ خط  $PQ$  کو بالترتیب نقطہ  $X$  اور  $Y$  پر قطع کرتے ہیں۔

(v) قطعات خط  $PX$ ،  $PQ$  اور  $QY$  اور  $XY$  قطعہ خط  $PQ$  کے وہ تین حصے ہیں جو اس 4:3:1 کی نسبت سے تقسیم کر رہے ہیں۔



### مشن 11.1

6 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 3 متساہل حصوں میں تقسیم کیجیے۔ -1

7.5 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 5 متساہل حصوں میں تقسیم کیجیے۔ -2

10.8 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 6 متساہل حصوں میں تقسیم کیجیے۔ -3

10 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 5 متساہل حصوں میں تقسیم کیجیے۔ -4

9.8 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 7 متساہل حصوں میں تقسیم کیجیے۔ -5

قطعہ خط کو تقسیم کیجیے۔ -6

4 سینٹی میٹر لے قطعہ خط  $AB$  کو  $1:2$  کی نسبت سے۔ -a

7.5 سینٹی میٹر لے قطعہ خط  $PQ$  کو  $2:3$  کی نسبت سے۔ -b

9 سینٹی میٹر لے قطعہ خط  $XY$  کو  $2:4$  کی نسبت سے۔ -c

6 سینٹی میٹر لے قطعہ خط  $DE$  کو  $1:2:3$  کی نسبت سے۔ -d

6 سینٹی میٹر لے قطعہ خط  $DE$  کو  $1:1:2$  کی نسبت سے۔ -e

13.5 سینٹی میٹر لے قطعہ خط  $LM$  کو  $2:3:4$  کی نسبت سے۔ -f

11.2 سینٹی میٹر لے قطعہ خط  $UV$  کو  $1:2:4$  کی نسبت سے۔ -g

ہم مثلث بنانے کے مختلف طریقوں سے پہلے ہی آگاہ ہیں۔ یہاں ہم ہر یہ طریقے پر کھیس گے۔

11.2.1 مثلث کی بناؤت جبکہ اس کا احاطہ اور اضلاع کے درمیان نسبت دی گئی ہو۔

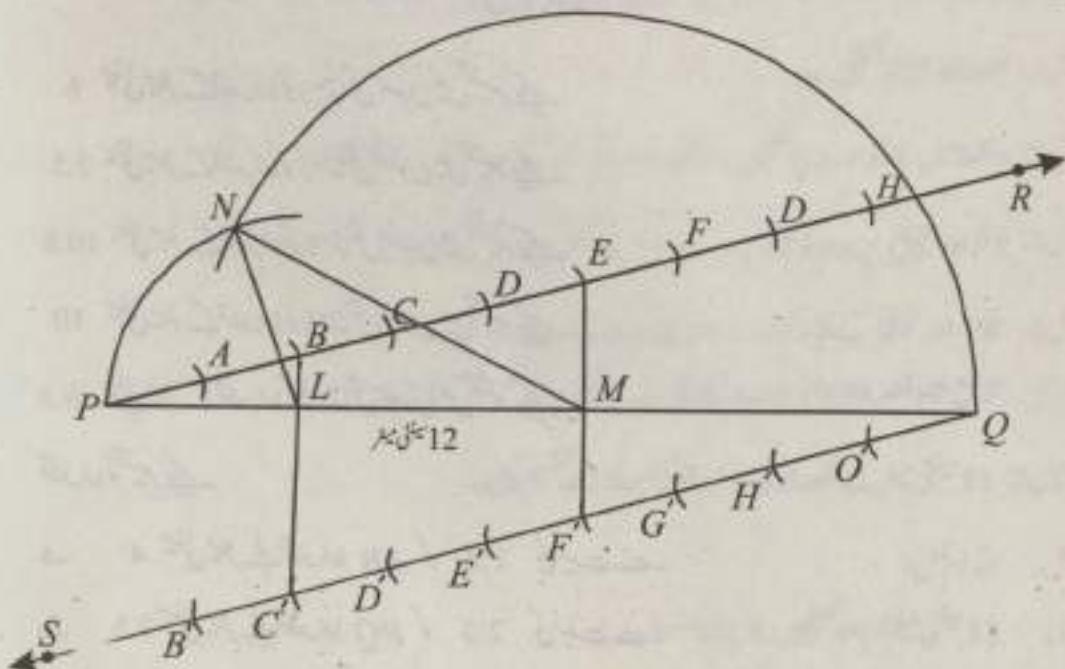
مثال 1: ایک مثلث بنائیے جس کا احاطہ 12 سینٹی میٹر ہو اور اس کے اضلاع کی لمباگیوں میں 4:3:2 کی نسبت ہو۔

حل: اقدامات علی

(i) 12 سینٹی میٹر لہا قطع خط  $PQ$  کھینچیں۔ (یہاں استعمال کریں)

(ii) قطع خط  $PQ$  کو مطلوب نسبت 4:3:2 میں تقسیم کریں۔

(iii) نقطہ  $L$  کو مرکز مانتے ہوئے  $\overline{PL}$  رداں کی ایک توس لگائیں۔



(iv) دوبارہ نقطہ  $M$  کو مرکز مانتے ہوئے  $\overline{MQ}$  رداں کی ایک توس لگائیں۔

(v) دونوں توسوں کے نقطے اضلاع کو  $N$  کا نام دیں۔

(vi) نقطہ  $N$  کو  $L$  اور  $M$  سے ملائیں۔

$\Delta LMN$  مطلوب مثلث ہے۔

## 11.2.2 متماثل الاضلاع مثلثوں کی بنادت

ایک متماثل الاضلاع مثلث ایسی مثلث ہے جس میں تینوں اضلاع برابر اور تینوں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔ اسے دی گئی لمبائی کے قطع خط (قاعدہ اور ارتفاع) کے استعمال سے بنایا جاسکتا ہے۔ آجے ایک متماثل الاضلاع مثلث بنائیں جب:

### • قاعدہ معلوم ہو

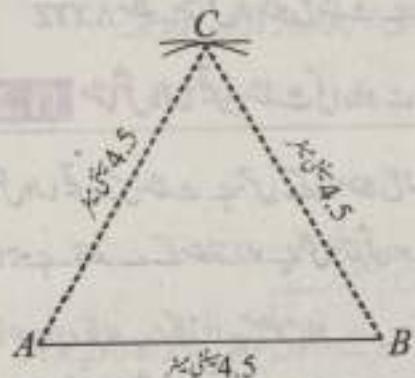
اس کا آغاز دیے گئے قاعدہ سے کرتے ہیں جو تمام اضلاع کی لمبائیوں کے برابر ہے۔ اس کی وضاحت ہم ایک مثل سے کرتے ہیں۔

**مثال 2:** ایک متماثل الاضلاع مثلث  $ABC$  بنائیں جس کا قاعدہ 4.5 سینٹی میٹر لمبا ہو۔

**حل:** اقدامات

(i) بنانے سے 4.5 سینٹی میٹر لمبا قطع خط  $AB$  کھینچیں۔

(ii) پر کار کی توک نقطہ  $A$  پر رکھ کر اتنا کھوبیں کہ پہلی کی توک نقطہ  $B$  کو چھوئے۔



(iii) رد اس کی ایک قوس نقطہ  $A$  کو مرکز مان کر لگائیں۔

(iv) رد اس کی ایک اور قوس نقطہ  $B$  کو مرکز مان کر لگائیں۔

یہ قوس پہلی قوس کو کسی ایک نقطے پر قطع کرے گی۔ دونوں قوسوں کے اس نقطہ اقطاع کو  $C$  کا نام دیں۔

(v) آخر میں نقطہ  $C$  کو نقطہ  $A$  اور  $B$  سے ملائیں۔ مثلث  $ABC$  مطلوب مثلث ہے۔

### • ارتفاع معلوم ہو

اگر ارتفاع معلوم ہو تو ایک متماثل الاضلاع مثلث بنائی جاسکتی ہے۔ آجے اس کا طریقہ ایک مثل سے سمجھتے ہیں۔

**مثال 3:** ایک متماثل الاضلاع مثلث  $\Delta XYZ$  بنائیں جس کے ارتفاع کی لمبائی 5 سینٹی میٹر ہو۔

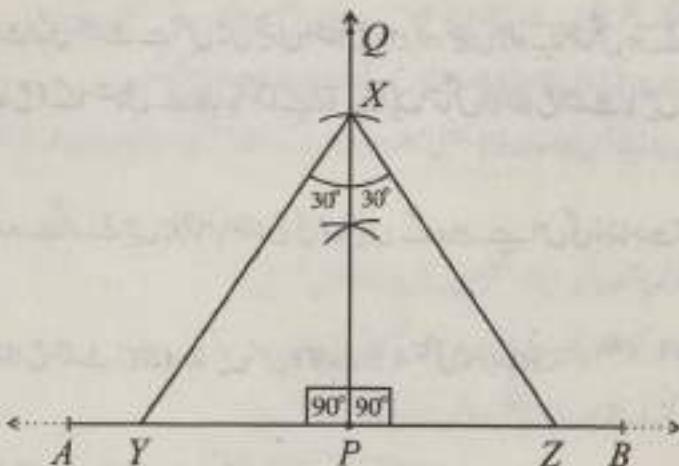
**حل:** اقدامات

(i) بنانے سے ایک خط  $AB$  کھینچیں اور اس پر کسی نقطے کو  $P$  کا نام دیں۔

(ii) خط  $AB$  پر ایک عمود  $\overline{PQ}$  بنائیں یعنی  $\overline{AB} \perp \overline{PQ}$ ۔

(iii) نقطہ  $P$  سے 5 سینٹی میٹر بیان کی ایک قوس لگائیں جو عمود  $PQ$  کو نقطہ  $X$  پر قطع کرتی ہے جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔

-  $m\angle PXZ = 30^\circ$  کے زاویے بناں یعنی  $m\angle PXY = 30^\circ$  اور (iv)



$\triangle XYZ$  مظلوبہ متساہل الاضلاع مثلث ہے۔

### 11.2.3 متساہل الساقین مثلث کی بناؤٹ

متساہل الساقین ایسی مثلث ہے جس کے دو اضلاع لبائی میں برابر ہوں۔ یہ دونوں اضلاع بازو کہلاتے ہیں اور تیسرا ضلع قاعدہ کہلاتا ہے۔ قاعدے کے متعلق زاویے بھی متساہل ہوتے ہیں۔ متساہل الساقین مثلث بنائی جاسکتی ہے جب:

• قاعدہ اور قاعدے کا زاویہ معلوم ہو

ہم جانتے ہیں کہ متساہل الساقین مثلث کے قاعدے کے دونوں زاویے برابر ہوتے ہیں لہذا ہم قاعدے اور قاعدے کے زاویے سے متساہل الساقین مثلث بناسکتے ہیں۔

**مثال 4:** متساہل الساقین مثلث  $LMN$  بنائیں جس کے قاعدے کی پہاڑ 6 سینٹی میٹر اور قاعدے کے زاویے کی پہاڑ  $30^\circ$  ہو۔

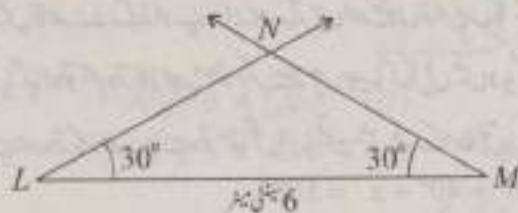
**حل:** اقدام عمل

(i) 6 سینٹی میٹر لہا قطعہ خط  $LM$  کیجیسیں۔ (پیان استعمال کریں)

(ii) نقطہ  $L$  پر  $30^\circ$  کا زاویہ بنائیں۔

(iii) نقطہ  $M$  پر ایک اور زاویہ  $LMN = 60^\circ$  کا ہو۔

(iv) ان دونوں زاویوں سے بننے والے بازوں ایک دوسرے کو کسی نقطے پر قطع کریں گے۔



$\Delta LMN$  مظلومہ مثلث ہے۔

جب وتر کا زاویہ اور ارتفاع معلوم ہو

ایک متماثل الساقین مثلث میں دو مساوی اضلاع سے قاعدے کے سامنے بننے والا زاویہ وتر کا زاویہ کہلاتا ہے۔ جب متماثل الساقین مثلث کے قاعدے پر عمود گرا یا جائے تو وتر کے زاویے کی تصحیف کرتا ہے۔ اس خصوصیت کو استعمال کرتے ہوئے وتر کے زاویہ اور ارتفاع کی پیمائش سے متماثل الساقین مثلث بنانی جاسکتی ہے۔

**مثال 5:** ایک متماثل الساقین مثلث بنائے جس کے ارتفاع کی لمبائی  $3.5 \text{ سینٹی میٹر}$  ہو اور وتر کا زاویہ  $50^\circ$  ہو۔

حل: اقدامات

(i) ایک خط XY کچھیں اور اس پر کوئی نقطہ D لیں۔

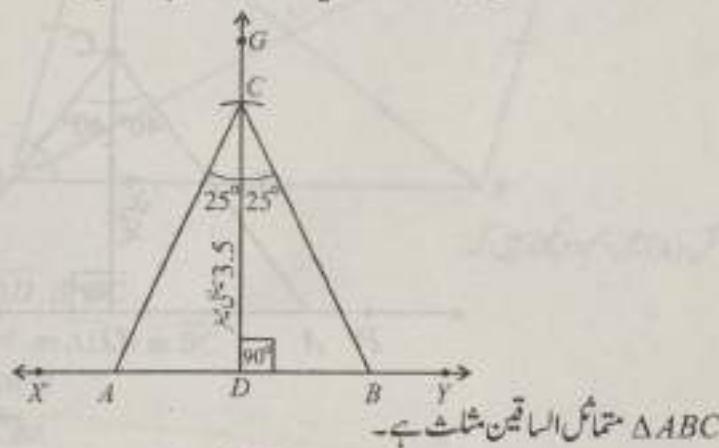
(ii) قاعدے پر ایک عمود  $\overline{DG}$  گرا کیں۔

(iii) نقطہ D سے رداں  $3.5 \text{ سینٹی میٹر}$  کی ایک توں لگائیں جو اس عمود کو نقطہ C پر قطع کرے۔

(iv) چونکہ وتر کا زاویہ  $50^\circ$  ہے اور عمود اس کی تصحیف کرتا ہے۔ لہذا عمود کے دونوں طرف  $25^\circ$  کا زاویہ ہو گا۔

$$\text{یعنی } 25^\circ = \frac{50^\circ}{2}$$

(v) عمود  $\overline{CD}$  کے ساتھ دونوں طرف  $25^\circ$  کا زاویہ بناتے ہوئے دو بازوں بنائیں جو قاعدے کو نقاط A اور B پر قطع کریں۔



متماثل الساقین مثلث ہے۔

## ۰ ارتفاع اور قاعدے کا زاویہ معلوم ہو

ہم جانتے ہیں کہ متساوی الاضلاع مثلث میں قاعدے کے زاویے برابر ہوتے ہیں اور تینوں زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہوتا ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر قاعدے کا ایک زاویہ دیا گیا ہو تو ہم وتر کا زاویہ معلوم کر سکتے ہیں جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔ فرض کریں کہ قاعدے کا زاویہ  $40^\circ$  ہے اور وتر کا زاویہ  $x$  ہے، تو متساوی الاضلاع مثلث کے مطابق:

$$40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$$

$$80^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 80^\circ$$

$$x = 100^\circ$$

پس وتر کے زاویے کی پیمائش  $100^\circ$  ہے۔

**مثال ۶:** ایک متساوی الاضلاع مثلث ہنا کیسے جس کے ارتفاع کی لمبائی 4 سینٹی میٹر ہو اور قاعدے کا زاویہ  $50^\circ$  ہو۔

**حل:** اقدامات

(i) ہم جانتے ہیں کہ:

$$50^\circ + 50^\circ + 180^\circ = \text{وتر کا زاویہ} + 180^\circ$$

$$100^\circ = \text{وتر کا زاویہ} + 180^\circ$$

$$180^\circ - 100^\circ = 80^\circ = \text{وتر کا زاویہ}$$

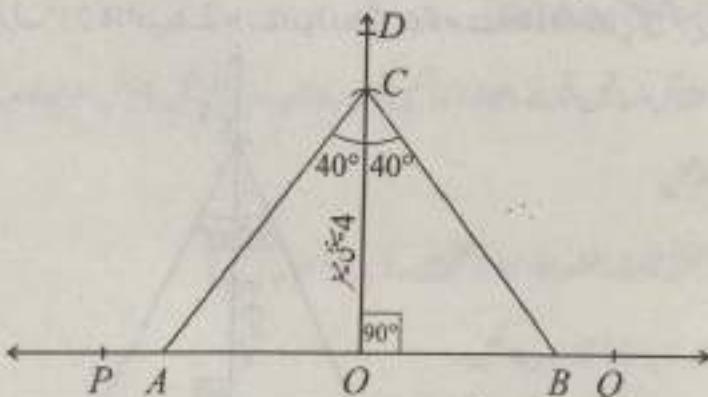
(ii) ایک خط  $PQ$  کھینچیں اور اس پر کوئی نقطہ  $O$  لیں۔

(iii) قاعدے پر عمود  $OD$  گالیں۔

(iv) نقطہ  $O$  سے 4 سینٹی میٹر رہا اس کی تو س لگائیں جو عمود کو نقطہ  $C$  پر قطع کرے۔

(v) دو بازوں ہنائیں جو عمود  $OD$  کے دونوں طرف  $\frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$  کا زاویہ ہنائیں۔

(vi) بازوؤں کو قاعدے پر نقاط  $A$  اور  $B$  سے طاہریں۔



$\triangle ABC$  مظلوم پر متساوی الاضلاع مثلث ہے۔

## مختصر 11.2

-1

دی گئی پیمائش کی متماثل الاضلاع مثلث ہے۔

$$(i) \text{ قاعده} = 4 \text{ سینٹی میٹر} \quad (ii) \text{ ارتفاع} = 6 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$(iii) \text{ ارتفاع} = 5.5 \text{ سینٹی میٹر} \quad (iv) \text{ قاعده} = 3.5 \text{ سینٹی میٹر}$$

-2

ایک متماثل الاضلاع مثلث بنائے جس میں

$$(i) \text{ قاعده} = 3 \text{ سینٹی میٹر اور قاعدے کا زاویہ} = 45^\circ \text{ ہو۔}$$

$$(ii) \text{ ارتفاع} = 4.8 \text{ سینٹی میٹر اور درجہ کا زاویہ} = 100^\circ \text{ ہو۔}$$

$$(iii) \text{ قاعده} = 5 \text{ سینٹی میٹر اور قاعدے کا زاویہ} = 65^\circ \text{ ہو۔}$$

$$(iv) \text{ ارتفاع} = 4.2 \text{ سینٹی میٹر اور قاعدے کا زاویہ} = 35^\circ \text{ ہو۔}$$

-3

ایک مثلث  $LMN$  بنائے جس کے اضلاع کی لمبائی  $2:3:4$  کی نسبت سے ہو اور اس کا احاطہ  $10$  سینٹی میٹر ہو۔

-4

ایک مثلث  $XYZ$  بنائے جس کا احاطہ  $13$  سینٹی میٹر اور اس کے اضلاع کی لمبائیوں میں  $3:4:5$  کی نسبت ہو۔

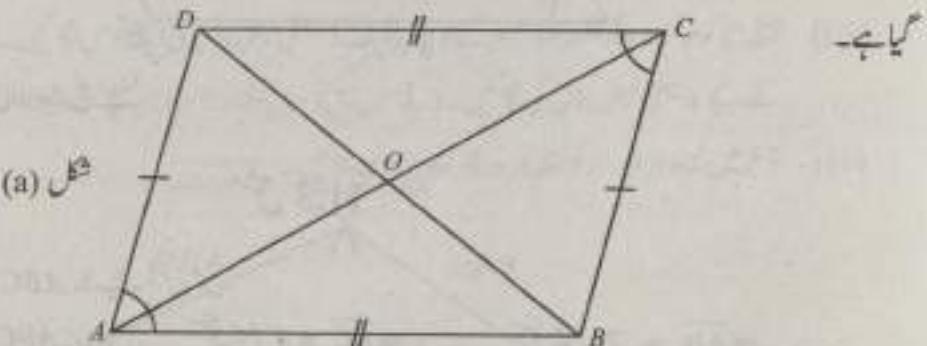
-5

مثلث  $XYZ$  کا احاطہ  $12$  سینٹی میٹر ہے اور اس کے اضلاع کی لمبائیوں میں  $3:4:5$  کی نسبت ہے۔ مثلث  $XYZ$  بنائیں۔

## 11.3 متوازی الاضلاع

متوازی الاضلاع چار کوتوں والی ایک بندھل ہے جس میں دو متقابلے اضلاع متماثل (پیمائش میں برابر) اور متوازی ہوتے ہیں۔

متوازی الاضلاع کے متقابلے زاویے بھی متماثل ہوتے ہیں اور اس کے دوسرے کو قطع کرتے ہیں جیسا کہ بندھل (a) میں دکھایا گیا ہے۔



اور پڑی گئی بندھل (a) میں ہم دیکھتے ہیں کہ:

$$(i) \overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{ اور } \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$(ii) m\angle A = m\angle C \text{ اور } m\angle B = m\angle D$$

$$(iii) m\angle DAB = m\angle DCB$$

$$m\angle CDA = m\angle CBA$$

اور

### 11.3.1 متوازی الاضلاع بناتا جب و متصل اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ دیا گیا ہو

اگر ہم دو متصل اضلاع کی بیانیں اور ان سے بینے والے زاویے معلوم ہوں تو ہم متوازی الاضلاع بناتے ہیں۔

**مثال:** ایک متوازی الاضلاع  $ABCD$  بنایے جب کہ  $m\angle A = 60^\circ$  سم 3.5 سم 6 سم  $m\overline{AD} = 3.5$  سم  $m\overline{DC} = 6$  اقدام عمل:

(i) 6 سینٹی میٹر لہا قطعہ خط  $AB$  کھینچیں۔

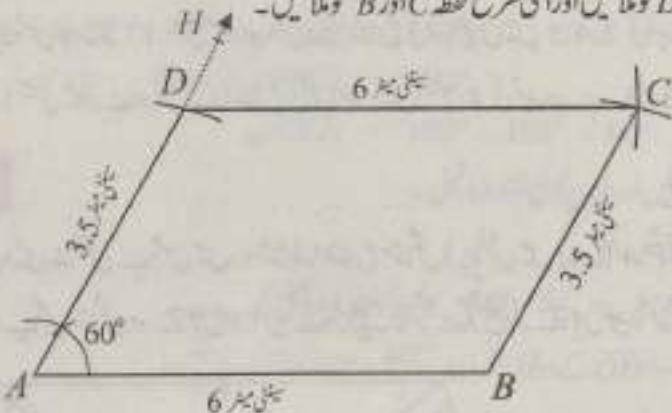
(ii) نقطہ  $A$  پر  $60^\circ$  کا زاویہ بنائیں یعنی  $m\angle A = 60^\circ$ ۔

(iii) نقطہ  $A$  کو مرکز مان کر رہاں 3.5 سینٹی میٹر کی ایک توس لگاتی۔ جس نے  $\overline{AH}$  کو نقطہ  $D$  پر قطع کیا۔

(iv) اب نقطہ  $B$  کو مرکز مان کر رہاں 3.5 سینٹی میٹر رہاں کی ایک اور توس لگائیں۔

(v) اب دوبارہ نقطہ  $D$  کو مرکز مان کر 6 سینٹی میٹر رہاں کی ایک اور توس لگائیں۔ (یہ توس پہلے والی توس کو نقطہ  $C$  پر قطع کرے گی)

(vi) نقطہ  $C$  اور نقطہ  $D$  کو ملا کیں اور اسی طرح نقطہ  $C$  اور  $B$  کو ملا کیں۔



نتیجہ:  $ABCD$  مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

### مختصر 11.3

1- متوازی الاضلاع  $ABCD$  بنائیے۔ جس میں:  $m\overline{AB} = 7$  سینٹی میٹر ،  $m\overline{BC} = 4$  سینٹی میٹر ،  $m\angle ABC = 60^\circ$

2- متوازی الاضلاع  $PQRS$  بنائیے۔ جس میں:  $m\overline{PQ} = 8$  سینٹی میٹر ،  $m\overline{QR} = 4$  سینٹی میٹر ،  $m\angle PQR = 75^\circ$

3- متوازی الاضلاع  $LMNO$  بنائیے۔ جس میں:  $m\overline{LM} = 6.5$  سینٹی میٹر ،  $m\overline{MN} = 4.5$  سینٹی میٹر ،  $m\angle LMN = 45^\circ$

4

متوالی الاضلاع  $BSTU$  ہائیے۔ جس میں:

$$m\overline{BS} = 7.7 \quad \text{سینٹی میٹر} \quad , \quad m\angle BST = 30^\circ$$

5. متوالی الاضلاع  $OABC$  ہائیے۔ جس میں:

$$m\overline{OA} = 6.3 \quad \text{سینٹی میٹر} \quad , \quad m\angle OAB = 31^\circ$$

6. متوالی الاضلاع  $DBAS$  ہائیے۔ جس میں:

$$m\overline{BA} = 9 \quad \text{سینٹی میٹر} \quad , \quad m\angle DAS = 28.8^\circ$$

→ متوالی الاضلاع بنا تا جب دو متصل اضلاع اور ایک وتر دیا گیا ہو

اگر دو متصل اضلاع اور ایک وتر معلوم ہو تو متوالی الاضلاع بنا کی جا سکتی ہے جیسا کہ مثال سے ظاہر ہے

**مثال:** متوالی الاضلاع  $ABCD$  ہائیے اگر:

$$\text{سینٹی میٹر } 6, \quad m\overline{CA} = 3, \quad m\overline{BC} = 4, \quad m\overline{AB} = 4$$

**حل:** ہم دیکھتے ہیں کہ  $\overline{AB}$  اور  $\overline{BC}$  دو متصل اضلاع ہیں کیونکہ ان میں نقطہ  $B$  مشترک ہے اور وتر  $\overline{AC}$  جو پیمائش میں ان سے بڑا ہے۔

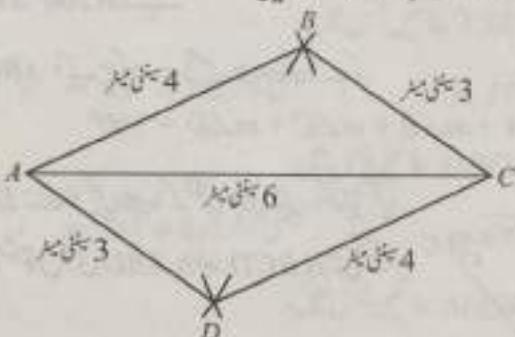
**القدام مل:**

(i) 6 سینٹی میٹر لمبا قطعہ خط  $AC$  کھینچیں۔

(ii) نقطہ  $A$  کو مرکز مان کر خط کے اوپر کی طرف 4 سینٹی میٹر رداں کی ایک قوس لگائیں اور 3 سینٹی میٹر رداں کی ایک اور قوس قطعہ خط  $AC$  کے پیچے کی طرف لگائیں۔

(iii) نقطہ  $C$  کو مرکز مان کر قطعہ خط  $AC$  کے اوپر کی طرف 3 سینٹی میٹر رداں کی ایک قوس لگائیں۔ ایک قوس قطعہ خط  $AC$  کے پیچے 4 سینٹی میٹر رداں کی لگائیں۔ (یہ میں پہلی قوسوں کو تارہ  $D$  پر قطع کرتی ہیں۔)

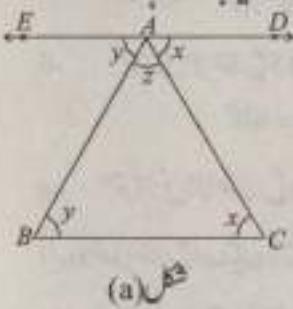
(iv) آخر میں نقاط  $B$  اور  $D$  کو نقطہ  $A$  اور پھر نقطہ  $C$  سے ملا دیں۔



پس  $ABCD$  مطلوبہ متوالی الاضلاع ہے۔

• مٹاٹ کے زاویوں کا مجموعہ  $180^{\circ}$  ہوتا ہے

کسی بھی مٹاٹ کے زاویوں کا مجموعہ  $180^{\circ}$  ہوتا ہے۔ اسے ذیل میں دیے گئے طریقے سے ثابت کیا جاسکتا ہے۔  
**ثبوت:** فرض کریں ایک مٹاٹ  $\triangle ABC$  ہے۔ اب ہمیں دیے گئے بیان کے مطابق  
 ثابت کرنا ہے کہ:



$$m\angle ACB + m\angle ABC + m\angle BAC = 180^{\circ}$$

**مرحلہ 1:** قطعہ خط  $\overline{BC}$  کے متوازی ایک خط  $\overline{ED}$  کیجیا کر کل (a) میں دکھایا گیا ہے۔

**مرحلہ 2:** چونکہ خط  $\overline{ED}$  اور خط  $\overline{BC}$  متوازی ہیں، لہذا متوازی خطوط کی خصوصیات کے مطابق:

$$m\angle ACB = m\angle CAD$$

$$m\angle ABC = m\angle BAE$$

**مرحلہ 3:** دو مساوی زاویوں ( $m\angle ACB = m\angle CAD$  اور  $m\angle ABC = m\angle BAE$ ) کو x اور y میں دو زاویوں ( $m\angle BAC$  اور  $m\angle EAC$ ) کو z کا نام دیں۔ آخرين  $m\angle BAC$  کو z کا نام دیں۔

**مرحلہ 4:** چونکہ زاویے x, y اور z ایک سیدھی لائی کے زاویے کا حصہ ہیں لہذا ان کا مجموعہ  $180^{\circ}$  ہوتا ہے۔ یعنی

$$m\angle x + m\angle y + m\angle z = 180^{\circ}$$

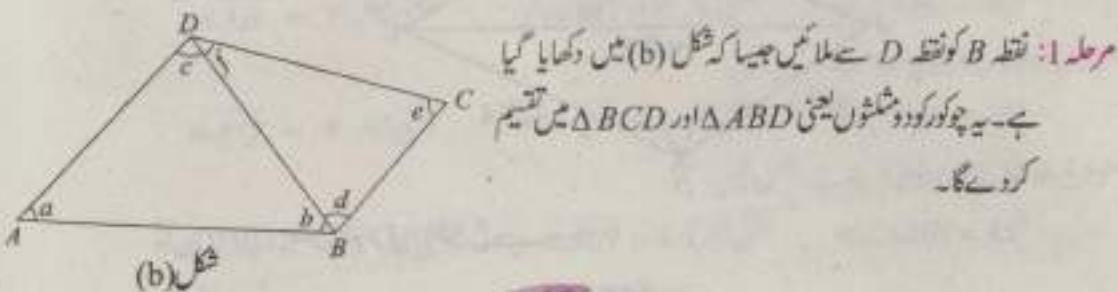
پس ثابت ہوا کہ  $m\angle ACB + m\angle ABC + m\angle BAC = 180^{\circ}$

• چوکر کے زاویوں کا مجموعہ  $360^{\circ}$  ہوتا ہے

ہم جان پچے ہیں کہ مٹاٹ کے تینوں زاویوں کا مجموعہ  $180^{\circ}$  ہوتا ہے۔ آئیے اسی حقیقت سے ثابت کرئے ہیں کہ متوازی الاضلاع کے زاویوں کا مجموعہ  $360^{\circ}$  ہوتا ہے۔

**ثبوت:** فرض کریں  $ABCD$  ایک چوکر ہے، ہمیں ثابت کرنا ہے کہ

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^{\circ}$$



**مرحلہ 2:** مثلث کے زاویوں کا جمجمہ  $180^\circ$  ہوتا ہے لہذا

مثلث  $ABD$  میں

$$m\angle a + m\angle b + m\angle c = 180^\circ$$

مثلث  $BCD$  میں

$$m\angle d + m\angle e + m\angle f = 180^\circ$$

**مرحلہ 3:** مندرجہ میں طریقے سے متوازی الاضلاع کے تمام زاویوں کو جمع کریں۔

$$m\angle a + m\angle b + m\angle c + m\angle d + m\angle e + m\angle f = 180^\circ + 180^\circ$$

$$m\angle a + (m\angle b + m\angle d) + m\angle e + (m\angle c + m\angle f) = 360^\circ$$

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$$

## 11.4 مشق

1- متوازی الاضلاع  $MNAR$  بنائیں جس میں:

$$m \overline{MN} = 5 \text{ میٹر} , \quad m \overline{MA} = 2.8 , \quad m \overline{NA} = 7 \text{ میٹر}$$

2- متوازی الاضلاع  $DGPR$  بنائیں جس میں:

$$m \overline{DG} = 5.5 , \quad m \overline{GP} = 1.9 , \quad m \overline{DP} = 6.8 \text{ میٹر}$$

3- متوازی الاضلاع  $ABCD$  بنائیں جس میں:

$$m \overline{AD} = 3.1 , \quad m \overline{AB} = 6.5 , \quad m \overline{BD} = 8 \text{ میٹر}$$

4- متوازی الاضلاع  $VSRT$  بنائیں جس میں:

$$m \overline{SR} = 4.8 , \quad m \overline{RT} = 3.6 , \quad m \overline{TS} = 4.2 \text{ میٹر}$$

5- متوازی الاضلاع  $DBCO$  بنائیں جس میں:

$$m \overline{BC} = 4.4 , \quad m \overline{BO} = 6.6 , \quad m \overline{CO} = 7.7 \text{ میٹر}$$

6- متوازی الاضلاع  $MASK$  بنائیں جس میں:

$$m \overline{MA} = 3.1 , \quad m \overline{AS} = 6.4 , \quad m \overline{MS} = 5.2 \text{ میٹر}$$

## اعادہ مشق 11

1۔ مندرجہ ذیل موالوں کے جوابات دیجیے۔

(i) کون سے قطعات خط متماثل قطعات خط کہلاتے ہیں؟

(ii) مثلث کے اندر ونی زاویوں کا مجموعہ کیسی ہے۔

(iii) متماثل الاضلاع مثلث کی تعریف کیسی ہے۔

(iv) متماثل الساقین مثلث کے برابر لسانی والے اضلاع کا نام بتائیں۔

(v) متماثل الساقین مثلث میں وتر کے زاویے سے کیا مراد ہوتی ہے؟

2۔ خالی چکبوں کو نہ کیجیے۔

(i) ایک ..... مثلث بنا کی جاسکتی ہے اگر اس کے ایک ضلع کی لسانی معلوم ہو۔

(ii) دو قطعات خط کا موازنہ ان کی ..... کی پیمائش سے کیا جاتا ہے۔

(iii) لسانی کے قطعات خط متماثل قطعات خط کہلاتے ہیں۔

(iv) تین اضلاع اور تین راسوں والی کثیر الاضلاع ..... کہلاتی ہے۔

(v) متوازی الاضلاع کے مقابلہ زاویے ..... بھی ہوتے ہیں۔

(vi) متماثل الساقین مثلث کے دو مساوی اضلاع ..... کہلاتے ہیں اور تیسرا ضلع کو ..... کہتے ہیں۔

3۔ ذرست جواب پر صحیح کائنات (✓) لکھیے۔

(i) ایک مثلث میں، اندر ونی زاویوں کا مجموعہ ہوتا ہے:

(الف)  $360^{\circ}$  (ب)  $180^{\circ}$  (ج)  $120^{\circ}$  (د)  $90^{\circ}$

(ii) متوازی الاضلاع کے اندر ونی زاویوں کا مجموعہ ہوتا ہے:

(الف)  $360^{\circ}$  (ب)  $270^{\circ}$  (ج)  $180^{\circ}$  (د)  $120^{\circ}$

(iii) ایک متماثل الساقین مثلث کے بازوں کا درمیانی زاویہ کہلاتا ہے۔

(الف) راسی زاویہ (ب) قائمہ کا زاویہ (ج) منفرد زاویہ (د) حادہ زاویہ

(iv) دو قطعات  $\overline{AB}$  اور  $\overline{CD}$  متماثل ہوں گے جب کہ:

$$m\overline{AB} = m\overline{CD} \quad (\text{ج}) \quad m\overline{AB} < m\overline{CD} \quad (\text{ب}) \quad m\overline{AB} > m\overline{CD} \quad (\text{الف})$$

$$m\overline{AB} \neq m\overline{CD} \quad (\text{د})$$

- 4. 9.8 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 7 متماثل حصوں میں تقسیم کیجیے۔
- 5. 13.5 سینٹی میٹر لے بے قطعہ خط  $LM$  کو 4:3:4 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔
- 6. ایک متوازی الاضلاع مثاث بنائیے جس کا ارتفاع 3.8 سینٹی میٹر ہو۔
- 7. ایک متماثل اساقین مثاث بنائیے جس کا ارتفاع 5 سینٹی میٹر اور قاعده کے زاویے  $\frac{1}{2} 67^\circ$  ہوں۔
- 8. ایک متوازی الاضلاع  $ABCD$  بنائیے جب کہ:  
 $m\overline{AB} = 5.4$  سینٹی میٹر،  $m\overline{BC} = 2.4$  سینٹی میٹر،  $m\overline{AC} = 6.6$  سینٹی میٹر۔

### خلاصہ

- برابر لمبائی والے قطعات خط متماثل قطعات خط کہلاتے ہیں۔
- مثاث ایسی کثیر الاضلاع ہے جس کے تین کوئے اور تین راس ہوتے ہیں اور اس کے اندر وہی زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہوتا ہے۔
- مثاث کو اس کے احاطے اور اضلاع کے درمیان لمبا یا کوتیوں کی نسبت کی مدد سے بنایا جاسکتا ہے۔
- متماثل الاضلاع مثاث ایسی مثاث ہے جس کے تینوں اضلاع برابر اور تینوں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔
- متماثل اساقین ایسی مثاث ہے جس کے دو اضلاع کی لمبائیاں برابر ہوں اور قاعده کے متعاقذ زاویے بھی متماثل ہوتے ہیں۔
- متوازی الاضلاع چار کنوں والی ایسی بندگی ہے جس میں دو مقابلے اضلاع متوازی اور متماثل ہوتے ہیں۔

## محیط، رقبہ اور جنم

### مدرسی مقاصد

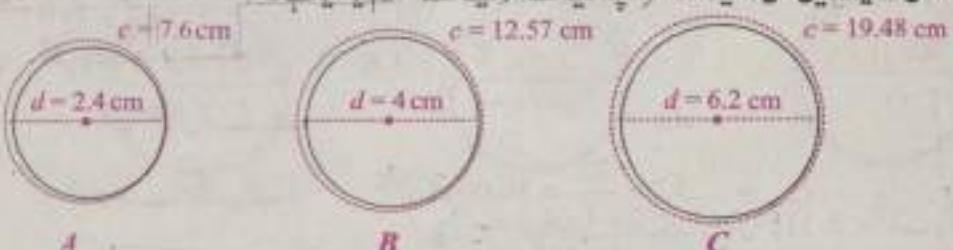
اس یونٹ کی تجھیل کے بعد طلباء طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- پ کو دائرے کے محیط اور قطر میں جبست کے طور پر بیان کریں۔
- کلیے کے استعمال سے دائرے کا محیط معلوم کریں۔
- دائرہ وی علاقت کا رقبہ کلیے سے معلوم کریں۔
- کلیے کے استعمال سے سلنڈر کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔
- کبی استعمال کرتے ہوئے سلنڈر کی علاقت کا رقبہ معلوم کریں۔
- روزمرہ زندگی سے مبارقی سوالات ان کے تعلق حل کریں۔
- دائرہ وی علاقت کا محیط اور رقبہ
- سلنڈر کا جنم اور اس کی سطح کا رقبہ

12.1.1  $\pi$  کو دائرے کے محيط اور قطر میں نسبت کے طور پر بیان کرنا

کسی دائرے کے کنارے کی پیمائش اس دائرے کا محيط کہلاتا ہے۔ اسے دائرے کا احاطہ بھی کہ سکتے ہیں۔  
کسی بھی دائرہ کی پیمائش میں معلوم کرنے کے لیے اس کے گرد چھپنے والی نیپ لیجیں۔ جیسی کہ نیپ کا اختتامی سر آکر ابتدائی کی پیمائش کر لیں۔

دی گئی اٹھاکال کو دیکھتے ہیں جن کا محيط اور قطر اور پر دیے گئے طریقے سے معلوم کیا گیا ہے۔



یہاں ہم اور پر دیے گئے دائروں کے قطر اور محيط کے درمیان نسبت  $\frac{c}{d}$  کی قیمت معلوم کرنے سے معلوم کہتے ہیں جیسے کہ "n" سے مراد محيط اور "d" سے مراد دائروں A, B, C کا قطر ہے جو کہ مندرجہ ذیل جدول میں دیا گیا ہے۔

نام	محيط (c)	قطر (d)	نسبت (c/d)
A	7.6	2.4	3.1666
B	12.57	4	3.1425
C	19.48	6.2	3.1419

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ محيط اور قطر کے درمیان نسبت قریباً یکساں ہے۔ اس مستقل کو ہم یونانی علامت  $\pi$  سے ظاہر کرتے ہیں جس کی قیمت قریباً  $\frac{22}{7}$  یا 3.14 کے برابر ہے۔

اپنادا ہم اور پر دیے گئے بیان کو اس طرح لکھ سکتے ہیں:

$$\frac{\text{محيط}}{\text{قطر}} = \pi$$

یا پھر ہم اس طرح سادہ طریقے سے لکھ سکتے ہیں:

$$\frac{c}{d} = \pi$$

$$c = d\pi$$

لہجے

دیم جانتے ہیں کہ

$$c = 2\pi r$$

اس لیے

پس  $\pi$  کے 2 $\pi r$  یا  $c = d\pi$  میں قطر اور  $r$  رواں سے۔

### کلیے سے دائرے کا محیط معلوم کرنا 12.1.2

**مثال 1:** 3.2 سینٹی میٹر قطر رواں سے دائرے کا محیط معلوم کیجئے۔

**حل:** قطر ( $d$ ) = 3.2 سینٹی میٹر ، محیط ( $c$ ) =

کیا استعمال کرنے سے

$$c = d\pi \quad \text{سینٹی میٹر} \\ c = 3.2 \times \frac{22}{7} = 10.06 \quad (\text{دوہنڈ سے احتساب یا تک})$$

**مثال 2:** ایک دائرے کا رواں 4.7 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجئے۔

**حل:** رواں ( $r$ ) = 4.7 سینٹی میٹر ، محیط ( $c$ ) =

کیا استعمال کرنے سے

$$c = 2\pi r \quad \text{سینٹی میٹر} \\ c = 2 \times \frac{22}{7} \times 4.7 = 29.54 \quad (\text{دوہنڈ سے احتساب یا تک})$$

**مثال 3:** ایک دائرے کا محیط 418 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا قطر اور رواں معلوم کیجئے۔

**حل:** محیط ( $c$ ) = 418 سینٹی میٹر ، رواں ( $r$ ) = ، قطر ( $d$ ) =

کیا استعمال کرنے سے (i)

$$c = 2\pi r \quad \text{سینٹی میٹر} \\ r = \frac{c}{2\pi} = \frac{418 \times 7}{2 \times 22} = 66.5$$

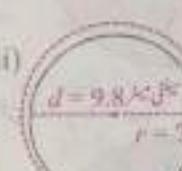
$$r = 66.5 \text{ سینٹی میٹر}$$

کیا استعمال کرنے سے (ii)

$$c = \pi d \quad \text{سینٹی میٹر} \\ d = \frac{c}{\pi} = \frac{418 \times 7}{22} = 133$$

$$d = 133 \text{ سینٹی میٹر}$$

## مشق 12.1

- 1- نامعلوم مداریں معلوم کیجیے جبکہ  
 $\pi = \frac{22}{7}$   
 $c = ?$   
 $r = 23.3 \text{ cm}$
- (i)   $d = ?$   $r = 1.8 \text{ cm}$   $c = ?$
- (ii)   $d = 9.8 \text{ cm}$   $r = ?$   $c = ?$
- (iii)   $d = ?$   $r = ?$   $c = ?$
- (iv)   $d = ?$   $r = ?$   $c = 39.6 \text{ cm}$
- (v)   $d = ?$   $r = 2.6 \text{ cm}$   $c = ?$
- (vi)   $d = 11 \text{ cm}$   $r = ?$   $c = ?$

- 2- ایک دائرے کا قطر 11.6 سنتی میٹر ہے۔ دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔
- 3- ایک دائرے کا رادیوس 9.8 سنتی میٹر ہے۔ دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔
- 4- ایک دائرے کا محیط 54.41 سنتی میٹر ہے۔ دائرے کا رادیوس اور قطر معلوم کیجیے۔ ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
- 5- ایک دائرہ کا میٹر کا محیط 19.5 سنتی میٹر ہے۔ اس کا قطر اور رادیوس معلوم کیجیے۔ ( $\pi = 3.14$ )

## 12.1.2 دائرہ کا رقبہ

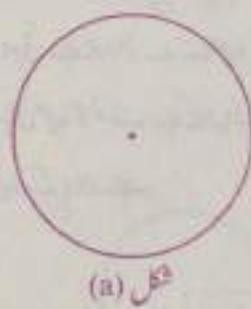
گئی دائرہ کا رقبہ اس کے اندر مردھن اکائیوں کی تعداد ہوتی ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ اگر کسی مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم ہو تو مندرجہ ذیل لیے سے اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} = \text{مستطیل کا رقبہ}$$

آئیں اسی طبقے میں دائرے کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔ وضاحت کے لیے کسی مناسب رواں کا دائرہ میں جیسا کہ شکل (a) میں دکھایا گیا ہے۔

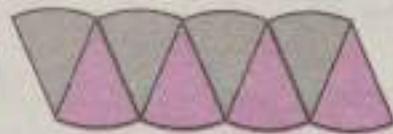
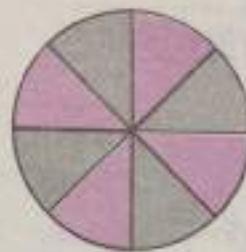
اب ہم دائرے کو 32 یا 16 برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں اور یہ پھر دیے گئے طریقے کے مطابق ان کو دوبارہ ترتیب دیتے ہیں۔

- (i) اگر تم اس دائرے کو 8 برابر حصوں میں تقسیم کریں اور ان کو دوبارہ ترتیب دیں تو ہمیں شکل (b) حاصل ہوگی۔



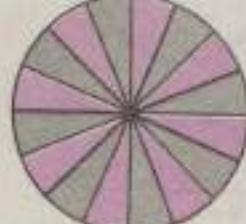
شکل (a)

شکل (b)



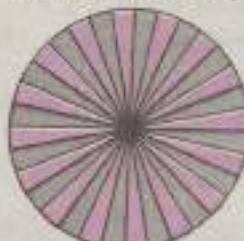
(ii) اگر جمادائرے کو 16 بار حصوں میں تقسیم کریں اور ان کو دوبارہ ترتیب دیں تو ہمیں شکل (c) حاصل ہوگی۔

شکل (c)



(iii) اگر جمادائرے کو 32 بار حصوں میں تقسیم کریں اور ان کو دوبارہ ترتیب دیں تو ہمیں شکل (d) حاصل ہوگی۔

شکل (d)



ان اشكال پر خود کرنے سے ہم دیکھتے ہیں کہ یہ اشكال متوازی الاختلاط ہیں۔ جن میں آویہ قطعات کے کنارے اور کی طرف اور آویہ قطعات کے کنارے نیچے کی طرف ہیں اور یہ ایک دوسرے سے متصل ہیں۔ اگر ہم اسی طرح دائروں کو مزید قطعات میں تقسیم کرتے رہیں تو یہ شکل کامل طور پر مستطیل میں تبدیل ہو جائے گی۔ وہری صورت میں اگر ہم آخری قطعے کو دوبارہ حصوں میں تقسیم کریں اور انہیں مستطیل کے دونوں کناروں پر رکھ دیں تو ہمیں یہی مستطیل حاصل ہوتی ہے۔ اس صورت میں ہمیں مستطیل کی لمبائی حاصل ہوتی ہے جو دائرے کے محیط کا نصف ہے۔  $\left(\frac{2\pi r}{2}\right)$  اور دائرے کے رادس کے برابر مستطیل کی چوڑائی ہے۔ مستطیل کی لمبائی محیط کا نصف ہے کیون کہ آویہ قطعات اور کی طرف اور آویہ نیچے کی طرف ہیں اور ان قطعات کی کل لمبائی دائرے کے محیط کے برابر ہے۔

$$\text{مستطیل کی لمبائی} = \frac{1}{2} (\text{دائرے کا محیط})$$

$$= \frac{1}{2} (2\pi r) = \pi r$$

$$\text{مستطیل کی چوڑائی} = r = \text{دائرے کا رادس}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{مستطیل کا رقبہ} = \text{دائرہ کی علاقے کا رقبہ} \\
 & = \text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی} \\
 & = \pi r^2 \times r = \pi r^3
 \end{aligned}$$

اُس لیے:

$$\text{دائرہ کی علاقے کا رقبہ} = \pi r^2$$

**مثال 1:** دائرے کا رادس 14.3 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

**حل:** سینٹی میٹر 14.3 = (r) رادس ، ? = دائرے کا رقبہ

$$\begin{aligned}
 \text{کیا استعمال کرنے سے} \\
 & \text{دائرے کا رقبہ} = \pi r^2 \\
 & = \left( \frac{22}{7} \times 14.3 \times 14.3 \right) \text{ مراعن سینٹی میٹر} \\
 & = 642.68 \text{ سینٹی میٹر}
 \end{aligned}$$

**مثال 2:** ایک دائرے کا رقبہ 172.1 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔

**حل:** مراعن سینٹی میٹر 172.1 = دائرے کا رقبہ ، ? = محیط

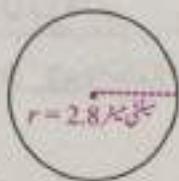
ہم جانتے ہیں کہ محیط =  $2\pi r$ ، اور ہم دائرے کے رقبے سے اس کا رادس معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 & \text{دائرے کا رقبہ} = \pi r^2 \\
 & 172.1 = \frac{22}{7} r^2 \\
 & r^2 = \frac{172.1 \times 7}{22} \text{ مراعن سینٹی میٹر} \\
 & r^2 = 54.76 \text{ سینٹی میٹر} \\
 & r = 7.4 \text{ سینٹی میٹر} \\
 & c = 2\pi r \quad \text{پس} \\
 & (c) = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.4 = 46.51 \text{ سینٹی میٹر} \quad \text{محیط}
 \end{aligned}$$

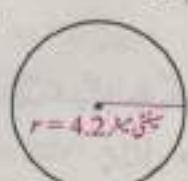
## مشق 12.2

1. مندرجہ ذیل میں سے ہر دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

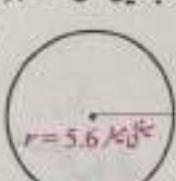
(i)

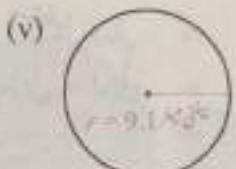
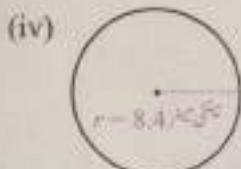


(ii)



(iii)

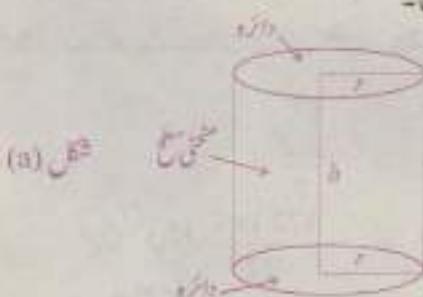




- 2 ایک دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا محیط 31.43 سینٹی میٹر ہو۔
- 3 ایک دائرے کا رادیوس 6.3 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا رقبہ اور محیط معلوم کیجیے۔
- 4 ایک دائرے کا محیط 26.4 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔
- 5 دائرے کا محیط معلوم کیجیے جب کہ اس کا رقبہ 38.5 مرلان میٹر ہے۔

### 12.1 سلنڈر

ہم اپنی روزمرہ زندگی میں سلنڈر کی بکال سے واقف ہیں۔ مشروبات کے ٹین کے ڈبے، پائیں اپل کی قاشوں کی بکال، بھنگ کے ٹین، تیل کے ڈرم، یکھیلڑ کے ڈرم، مختلف قسم کے پاپ اور سلامنچیں، سب یہ سلنڈر کی مشابیں ہیں۔ مزید تفصیل کے لئے ہم سلنڈر کی مندرجہ ذیل بکال (a) کا معاشر کرتے ہیں۔



ویگتی بکال (a) سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سلنڈر ایک ایسا جھوں جنم ہے جو تین سطحوں پر مشتمل ہے۔ وہ سطحیں دائرہ اور ایک سطح مخفی ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سلنڈر کے دو دائروں کے متوالی ہیں اور دائرہوں کا محیط مخفی سطح کی چوڑائی کے برابر ہے۔ مخفی سطح کی لمبائی سلنڈر کی بلندی کہلاتی ہے جسے "h" سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جب کہ ہم پہلے سے جانتے ہیں کہ "h" دائرہوں کا رادیوس ہے اور "d" قطر ہے۔ لیکن:

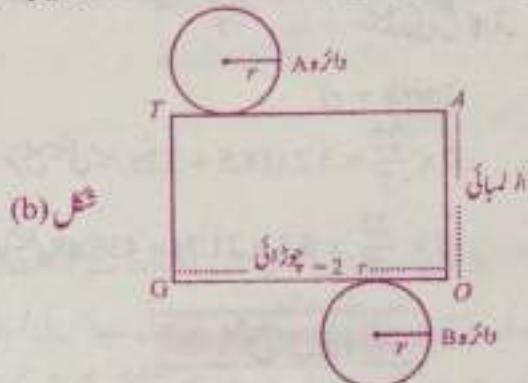
$$h = \text{بلندی} \quad , \quad d = \text{قطر} \quad , \quad r = \text{رادیوس}$$

### 12.2.1 سلنڈر کی سطح کا رقبہ

ہم پہلے ہی مستطیل اور دائرے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے سمجھ پکے ہیں جو نیچے دیے گئے ہیں:

$$\text{مستطیل کا رقبہ} = \text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی} = \text{ دائرے کا رقبہ} = \pi r^2$$

یہاں ہم بھی قادر ہو لے سنڈر کی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے استعمال کریں گے۔ ہم جانتے ہیں کہ سنڈر تین سطحوں کا مجھ پر ہوتا ہے (دوسرے اور ایک منحنی سطح) جس کو دوی گئی حلقہ (b) کے مطابق کھولنے سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



حل (b) سے ہم سنڈر کی تین سطھیں دیکھ سکتے ہیں۔ اس میں دائرہ A چٹپڑی پر ہے اور دائرہ B سنڈر کا پینہ ہے جب کہ مستطیل منحنی سطح ہے جسے اگر ہم لٹھیں اور اس کے دونوں کنارے GT اور OA ملائیں تو منحنی سطح دوبارہ حاصل ہو جاتی ہے۔ اب ہم سنڈر کی سطح کا رقبہ دوسروں A اور B اور منحنی سطح GOAT کے رقبوں کو جمع کرنے سے معلوم کر سکتے ہیں۔ جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} \text{مستطیل کی چوڑائی} &= \text{ دائرے کا محیط} = 2\pi r \\ \text{مستطیل کی لمبائی} &= h \\ \text{مستطیل GOAT کا رقبہ} &= \text{ چوڑائی} \times \text{ لمبائی} \\ &= h \times 2\pi r = 2\pi rh \end{aligned}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$\begin{aligned} \text{مستطیل GOAT کا رقبہ} &= \text{ منحنی سطح کا رقبہ} \\ &= 2\pi rh && \text{لہذا} \\ \text{دائرہ A کا رقبہ} &= \pi r^2 \\ \text{دائرہ B کا رقبہ} &= \pi r^2 \\ \text{دوسرے دائرے کا رقبہ} &= \pi r^2 + \pi r^2 = 2\pi r^2 \\ \text{دوسرے دائرے کا رقبہ} &+ \text{ منحنی سطح کا رقبہ} = \text{ سنڈر کی سطح کا رقبہ} \\ &= 2\pi rh + 2\pi r^2 \\ &= 2\pi r(h + r) && \text{پس} \end{aligned}$$

**مثال 1:** ایک سلنڈر کی سطح کا رقبہ معلوم کریں جس کی لمبائی 18.5 سینٹی میٹر اور رواں 3.2 سینٹی میٹر ہے۔

$$\text{حل: } \text{سینٹی میٹر} = 3.2 \text{ (r)} \quad \text{سینٹی میٹر} = 18.5 \text{ (h)} \quad \text{لمبائی}$$

$$= \text{ سلنڈر کی سطح کا رقبہ } ?$$

فارمولا استعمال کرنے سے

$$\text{سلنڈر کی سطح کا رقبہ} = 2\pi r(h + r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.2 (18.5 + 3.2) \text{ سینٹی میٹر}$$

$$\text{سلنڈر کی سطح کا رقبہ} = (2 \times \frac{22}{7}) \times 3.2 \times 21.7 = 436.48 \text{ سینٹی میٹر}$$

### مشق 12.3

- 1 دیے گئے سلنڈروں کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i)



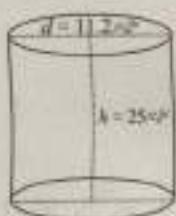
(ii)



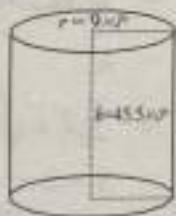
(iii)



(iv)



(v)



(vi)



- 2 ایک سلنڈر کا رواں 1.4 سینٹی میٹر اور لمبائی 2.5 سینٹی میٹر ہے۔ سلنڈر کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

- 3 7.4 سینٹی میٹر لے اور 1.3 سینٹی میٹر رواں والی لوہے کی سلاخ کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

- 4 ایک سلنڈر 5 میٹر لمبا ہے اور اس کا رواں 5.3 سینٹی میٹر ہے۔ مجھی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

- 5 ایک سلنڈر کا قطر 18.5 سینٹی میٹر اور اس کی لمبائی 6.1 میٹر ہے۔ مجھی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

### 12.2.2 سلنڈر کا جم

ہم جانتے ہیں کہ کسی مکعب نما کا جم معلوم کرنے کے لیے ہم تین اطراف کی یا نیش استعمال کرتے ہیں اور کسی مکعب نما کا جم معلوم کرنے کا فارمولا ہے:

$$\text{اوچائی} \times \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} = \text{جم}$$

اب جم کا اوپر دیا گیا فارمولہ استعمال کرتے ہوئے ہم سلنڈر کا جم معلوم کرنے کے لیے ایک اور قارموں اور یافت کریں گے۔ سلنڈر کا جم معلوم کرنے کا فارمولہ یافت کرنے کے لیے ہم مندرجہ ذیل طریقے استعمال کر سکتے ہیں۔

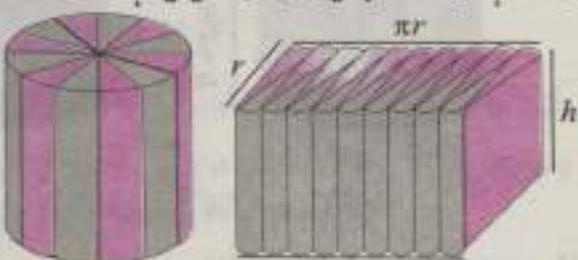
• مکعب نما بنانے سے • سکے جوڑنے سے

آئیے ایک ایک کر کے ان پر بات کرتے ہیں۔

### • مکعب نما بنانے سے

" دائرے کا رقبہ" کے عنوان کے تحت ہم پہلے ہی جان چکے ہیں کہ کسی دائرے کو بہت سے مکر جھٹ قطعات میں تقسیم کرتے ہیں اور انہیں بدایات کے مطابق دوبارہ ترتیب دیتے ہیں تو ہمیں ایک مستطیل حاصل ہوتی ہے جس کی لمبائی دائرے کے محیط  $(2\pi r)$  کا نصف ہوتی ہے اور چوڑائی دائرے کے رداں  $(r)$  کے برابر ہوتی ہے۔ تب ہم مستطیل کے رقبے کے فارمولے کی مدد سے دائرے کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔

ای طرح ہم اوپر دیے گئے طریقے کو ایک سلنڈر پر لاگو کر سکتے ہیں مگر جب ہم ایک سلنڈر کو جھٹ قطعات میں تقسیم کرتے ہیں تو ایک مکعب نما حاصل ہوتا ہے جیسا کہ مندرجہ ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔



اوپر دی گئی شکل سے ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ مکعب نما کی لمبائی و ارزوی علاقوں کے محیط  $(2\pi r)$  کا نصف ہے، اونچائی  $(h)$  سلنڈر کی لمبائی کے برابر ہے اور چوڑائی و ارزوی حصے کے رداں کے برابر ہے۔ پس ہم مکعب نما کا جم معلوم کر سکتے ہیں جو سلنڈر کے جم کے برابر ہو گا جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$\text{محیط کا نصف} = \text{مکعب نما کی لمبائی}$$

$$\frac{1}{2}(2\pi r) = \pi r = \text{لمبائی}$$

$$\text{مکعب نما کی چوڑائی} = \text{ارزوی حصے کا رداں}$$

$$r = \text{چوڑائی}$$

$$\text{سلنڈر کی لمبائی} = \text{مکعب نما کی اونچائی}$$

$$h = \text{اونچائی}$$

$$\begin{aligned}
 \text{مکعب نما کا جنم} &= \text{سلنڈر کا جنم} \\
 &= \text{اوپنچائی} \times \text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی} \\
 &= \pi r \times r \times h \\
 \text{ جنم } &= \pi r^2 h
 \end{aligned}$$

## ۔ سکے اور پیچے جوڑنے سے

5 روپے والے 5 سکوں کو اور پیچے جوڑیں اس سے ہمیں 1 سینٹی میٹر اور چھائی والا ایک سلنڈر حاصل ہوگا جیسا کہ پیچے دیا گیا ہے۔ (ہم اس سکے کی پرتمال 5 روپے والے 5 سکے جوڑنے سے کر سکتے ہیں) اسی طرح 10 اور 15 سکے جوڑ کو ہم یہ ذہیر یاں بنائیں۔ جن سے ہمیں بالترتیب 2 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر کے سلنڈر حاصل ہوں گے۔ انہیں مکمل کے مقابلے B اور C کا نام دیں۔



فرض کریں کہ سکوں کا رادیوس ۰.۵ ہے تو دائرہ وی علاقتے کا رقبہ  $\pi r^2$  ہو گا یعنی:

$$\begin{aligned}
 \text{ دائیرہ وی علاقتے کا رقبہ} &= \text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی} = \pi r^2 \\
 \text{ جب کہ } \text{ سینٹی میٹر } 3 \times \text{ سینٹی میٹر } 2 \times \text{ سینٹی میٹر } 1 &= \text{اوپنچائی}
 \end{aligned}$$

اوپر دی گئی معلومات کو استعمال میں لاتے ہوئے ہم باری باری سلنڈر A، B، C کا جنم معلوم کرتے ہیں۔

$$\text{اوپنچائی} \times (\text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی}) = \text{سلنڈر A کا جنم}$$

$$\text{مکعب سینٹی میٹر } \pi r^2 = \text{مکعب سینٹی میٹر } (1 \times \pi r^2)$$

$$\text{اوپنچائی} \times (\text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی}) = \text{سلنڈر B کا جنم}$$

$$\text{مکعب سینٹی میٹر } 2\pi r^2 = \text{مکعب سینٹی میٹر } (2 \times \pi r^2)$$

$$\text{اوپنچائی} \times (\text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی}) = \text{سلنڈر C کا جنم}$$

$$\text{مکعب سینٹی میٹر } 3\pi r^2 = (\text{مکعب سینٹی میٹر } 3 \times \pi r^2)$$

ہم فرض کرتے ہیں کہ ہم کچھ سکوں کو جوڑ کر ادا اوپنچائی والا ایک سلنڈر بناتے ہیں جس کا جنم ہوگا:

$$\text{اوچائی} \times (\text{چڑائی} \times \text{لبائی}) = \text{سلنڈر کا جم} \\ = \pi r^2 \times h \\ = \pi r^2 h$$

پس

**مثال 1:** ایک سلنڈر کا جم معلوم کیجیے جس کی اوچائی 18.5 سینٹی میٹر اور رواں 4.2 سینٹی میٹر ہو۔  
حل:  $v = ?$

$$\text{فارمولہ استعمال کرنے سے} \\ \text{جم} (v) = \pi r^2 h \\ = \left(\frac{22}{7}\right) \times 4.2 \times 4.2 \times 18.5 \\ \text{مکعب سینٹی میٹر} (v) = 1025.64$$

**مثال 2:** ایک سلنڈر کی اوچائی معلوم کیجیے جس کا جم 3168 مکعب سینٹی میٹر اور رواں 6 سینٹی میٹر ہو۔  
حل:  $h = ?$

$$\text{فارمولہ استعمال کرنے سے} \\ \text{جم} (v) = \pi r^2 h \\ h = \frac{\text{سینٹی میٹر}}{\pi r^2} = \left( \frac{3168 \times 7}{22 \times 6 \times 6} \right) \\ \text{سینٹی میٹر} = 28 \text{ اوچائی}$$

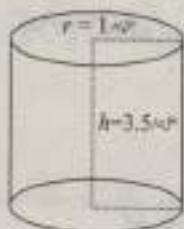
**مثال 3:** ایک سلنڈر کا رواں معلوم کیجیے جب کہ اس کی اوچائی 14 سینٹی میٹر اور جم 891 مکعب سینٹی میٹر ہو۔  
حل:  $r = ?$

$$\text{فارمولہ استعمال کرنے سے} \\ \text{جم} (v) = \pi r^2 h \\ r^2 = \frac{\text{مربع سینٹی میٹر}}{\pi h} = \left( \frac{891 \times 7}{22 \times 14} \right) \\ \text{سینٹی میٹر} = 4.5 \text{ میٹر}$$

## مشق 12.4

- 1. پیچے دیے گئے سلنڈروں کا جم معلوم کیجیے۔

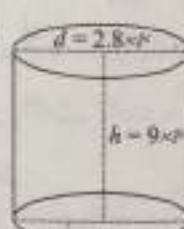
(i)

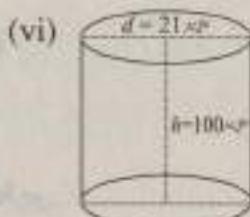
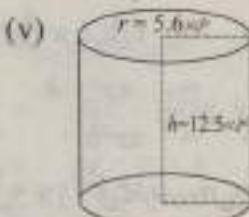
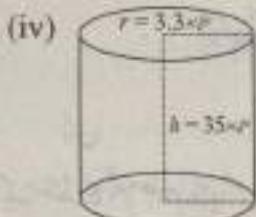


(ii)



(iii)





- 2 ایک سلنڈر کا جنم معلوم کیجیے جس کی اوپرچاری 9.8 سینٹی میٹر اور رواں 5.6 سینٹی میٹر ہے۔
- 3 ایک سلنڈر کا جنم 311.85 مکعب سینٹی میٹر اور اوپرچاری 10 سینٹی میٹر ہے۔ سلنڈر کے دائرہ وی علاقوے کا رواں معلوم کیجیے۔
- 4 سلنڈر کا رواں 7 سینٹی میٹر اور اس کا جنم 2233 مکعب سینٹی میٹر ہے۔ سلنڈر کی اوپرچاری معلوم کیجیے۔
- 5 سلنڈر کا رواں معلوم کیجیے جب کہ اس کی اوپرچاری 9 سینٹی میٹر ہو اور اس کا جنم 5667.2 مکعب سینٹی میٹر ہو۔

### 12.2.3 روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات

داڑھے کے محیط اور رقبے سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات

**مثال 1:** کار کے پیسے کا رواں 0.28 میٹر ہے۔ 880 میٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے کار کے پیسوں کو کتنے چکر کا نہ ہوں گے؟

**حل:** (c) = ?      (r) رواں      (c) محیط      (r) = 0.28 میٹر

فائز مولانا استعمال کرنے سے

$$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 0.28 \text{ میٹر}$$

$$c = 1.76 \text{ میٹر}$$

کار کے پیسوں کے ایک چکر کا نہ ہے 1.76 میٹر کا فاصلہ طے کرے گی۔ جسی

چکر 1 = کار کا 1.76 میٹر طے کردہ فاصلہ

$$\text{چکر } 500 = \frac{1}{1.76} \times 880 = \text{کار کا } 880 \text{ میٹر طے کردہ فاصلہ}$$

**مثال 2:** احمد کی سائیکل کے پیسے کا قطر 0.72 میٹر ہے۔ احمد سکول سے گھر آتا ہے تو پہلے 750 چکر کمکل کرتا ہے۔ سکول اور گھر کے درمیان فاصلہ معلوم کیجیے۔

**حل:**

(d) قطر (c) = ?      (r) محیط

c =  $\pi d$

$$= \frac{22}{7} \times 0.72 = 2.26 \text{ میٹر}$$

میٹر 2.26 = 1 چکر میں طے کردہ فاصلہ

$$\text{میٹر } 2.26 \times 750 = 1695 = 750 \text{ چکروں میں طے کردہ فاصلہ}$$

**مثال 3:** ایک کاک کی منٹ کی سوئی 3.5 سینٹی میٹر لبی ہے۔ سوئی کی دوں کا 3 گھنٹوں میں طے کردہ فاصلہ تھا ہے۔

**حل:**

$$c = 2\pi r \quad \text{فارمولا استعمال کرنے سے}$$

$$= (2 \times \frac{22}{7}) \times 3.5 \quad \text{سینٹی میٹر}$$

ہم جانتے ہیں کہ ایک گھنٹے میں منٹ والی سوئی ایک چکر کامل سرتی ہے۔ پس

$$\text{سینٹی میٹر } 22 = \text{ ایک گھنٹے میں منٹ والی سوئی کا طے کردہ فاصلہ}$$

$$\text{سینٹی میٹر } 66 = \text{سینٹی میٹر } 22 \times 3 = 3 \text{ گھنٹوں میں منٹ والی سوئی کی دوں کا طے کردہ فاصلہ}$$

**مثال 4:** ایک دائرہ وی فرش کا محیط 55 میٹر ہے۔ فرش کا رقبہ معلوم کیجیے اور ہر یہ 90 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے فرش گلوانے کی کیا لاگت ہوگی؟

$$c = 2\pi r \quad \text{فرش کا رقبہ، میٹر } 55 = ? \quad (\text{محیط})$$

**حل:** ہم جانتے ہیں کہ

$$c = 2\pi r$$

$$r = \frac{c}{2\pi}$$

$$\text{دائرہ وی فرش کا رقبہ} = \left( \frac{55 \times 7}{2 \times 22} \right) = 8.75 \text{ میٹر}^2$$

اب ہم فرش کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔

$$\text{دائرہ وی عاًتے کا رقبہ} = \pi r^2$$

$$= \left( \frac{22}{7} \times 8.75 \times 8.75 \right) = 240.62 \text{ مربع میٹر}$$

$$\text{روپے } 90 = 1 \text{ مربع میٹر کی لاگت}$$

$$\text{روپے } 240.62 = 1 \text{ مربع میٹر کی لاگت}$$

## مشتق 12.5

- 1 عرفان کی موڈر سائیکل کے پیسے کا قطر 0.7 میٹر ہے۔ دفتر سے گھر آتے ہوئے یہ پہر 1800 چکر کامل کرتا ہے۔ عرفان کے گھر اور دفتر کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

- 2 ترک کے ایک پیسے کا رقبہ 0.55 میٹر ہے۔ معلوم کیجیے کہ 1500 چکروں میں پہر کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

- 3 ایک گھری کی منٹ والی سوئی کارروائی 1.75 میٹر ہے۔ معلوم کیجیے کہ 165 سینٹی میٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے  
منٹ والی سوئی کو کتنے گھنے درکار ہوں گے؟
- 4 ایک گھری کی گھنے والی سوئی کارروائی 1.2 میٹر ہے۔ 24 گھنےوں میں گھنے والی سوئی کی توک کا طے کردہ فاصلہ معلوم  
کیجیے۔ (اشارہ: گھنے والی سوئی 12 گھنے میں ایک چکر مکمل کرتی ہے۔)
- 5 ایک دائرہ وی باغ کارروائی 24.5 میٹر ہے۔ 1 روپے فی میٹر کے حساب سے باغ کے گرد باڑا گانے کا خرچ معلوم کیجیے۔
- 6 ایک دائرہ وی کمرے کا قطر 4.2 میٹر ہے۔ 150 روپے فی مریخ میٹر کے حساب سے فرش لگانے کا خرچ معلوم کیجیے۔
- 7 5 روپے فی مریخ میٹر کے حساب سے دائرہ وی پارک میں گھاس کی کھاتی کی لاگت معلوم کریں جب کہ پارک کارروائی 105  
میٹر ہو۔
- 8 ایک دائرہ وی تالاب کارروائی 10.5 میٹر ہے۔ 180 روپے فی مریخ میٹر کے حساب سے تالاب کے فرش پر نالکیں لگانے کا  
خرچ معلوم کیجیے۔
- 9 ایک دائرہ وی کھیل کے میدان کا قطر 21 میٹر ہے۔ 230 روپے فی مریخ میٹر کے حساب سے کھیل کے میدان کے فرش کی  
مرمت نیز اس کے گرد 75 روپے فی میٹر کے حساب سے باڑا گانے کی لاگت معلوم کیجیے۔

### • سلنڈر کی سطح کے رقبے اور جنم سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کرنا

- مثال 1:** سینل کے ایک پاپ کی لمبائی 2.1 میٹر اور رواں 8 سینٹی میٹر ہے۔ اگر پاپ دونوں جانب سے کھلا ہو تو اس کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔  
**حل:** پاپ میں صرف مختی سطح ہے لہذا:
- $$\text{سینٹی میٹر } 210 = 21 \times 100 = 2.1 \text{ ( لمبائی )}$$
- $$\text{سینٹی میٹر } 8 = 8 \text{ ( رواں )}$$
- $$= ? \quad \text{مختی سطح کا رقبہ}$$
- $$= 2\pi rh \quad \text{فارمولہ استعمال کرنے سے}$$
- $$= \left( 2 \times \frac{22}{7} \times 8 \times 210 \right) = 10560 \quad \text{مریخ سینٹی میٹر}$$

- مثال 2:** تیل کے ایک ڈرم کی سطح کا رقبہ معلوم کریں جس کی لمبائی 1.6 میٹر اور قطر 63 سینٹی میٹر ہے۔  
**حل:**
- $$\text{سینٹی میٹر } 160 = 1.6 \times 100 = 1.6 \text{ ( لمبائی )}$$
- $$\text{سینٹی میٹر } 31.5 = \frac{d}{2} = \frac{63}{2} = 31.5 \text{ ( رواں )}$$
- $$= ? \quad \text{ڈرم کی سطح کا رقبہ}$$

$$\begin{aligned}
 \text{قارموں استعمال کرنے سے} & \quad \text{ڈرم (سلنڈر) کی سطح کا رقبہ} = 2\pi r(h+r) \\
 & = 2 \times \frac{22}{7} \times 31.5 (160 + 31.5) \\
 & = 2 \times \frac{22}{7} \times 31.5 \times 191.5
 \end{aligned}$$

$$\text{مرانے سنتی میٹر} = 37917 \text{ ڈرم کی سطح کا رقبہ}$$

**مثال 3:** تل کے ایک ڈرم کی اوپرچاری 250 سنتی میٹر اور اس کا رواس کارڈ 70 سنتی میٹر ہے۔ سلنڈر کی گنجائش یا جنم لشون میں معلوم کیجیے۔

$$\text{سنتی میٹر} = 250 \text{ (h) اوپرچاری}$$

$$\text{سنتی میٹر} = 70 \text{ (r) رواس}$$

$$\text{تل کے ڈرم میں لشون کی گنجائش} = ?$$

$$\text{قارموں استعمال کرنے سے} \quad \text{سلنڈر کا جنم} = \pi r^2 h$$

$$\text{مکعب سنتی میٹر} = \left( \frac{22}{7} \times 70 \times 70 \times 250 \right)$$

$$\text{مکعب سنتی میٹر} = 3,850,000 \text{ سلنڈر کا جنم}$$

$$1 \text{ لتر} = \text{مکعب سنتی میٹر} 1,000$$

$$1 \text{ لتر} = \frac{3,850,000}{1,000} \text{ جنم (لتر)}$$

## مشق 12.6

- 1 سلنڈر چکل کا نکروی کا ایک گلزار 19.4 سنتی میٹر لبایا ہے۔ نکروی کے لکڑے کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کا قطر 14 سنتی میٹر ہو۔
- 2 ایک شرب کا ڈب 10 سنتی میٹر لبایا ہے اور اس کا رواس کارڈ 3.3 سنتی میٹر ہے۔ ڈب کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔
- 3 22.5 سنتی میٹر رواس کا ایک دائرہ وی ستون 6.3 سنتی میٹر لبایا ہے۔ ستون کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔
- 4 سلنڈر ٹیکا یہیکل کا ایک ڈرم 220.5 سنتی میٹر لبایا اور اس کا رواس 42 سنتی میٹر ہے۔ 0.15 روپے فی مرانے سنتی میٹر کے حساب سے ڈرم کو رجگ کرنے کی قیمت معلوم کیجیے۔
- 5 ایک گول ٹالاب کا رواس 17.5 میٹر اور گہرائی 3 میٹر ہے۔ 120 روپے فی مرانے میٹر کے حساب سے ٹالاب کی دیواروں پر ٹالی لگانے کی لاگت معلوم کیجیے۔
- 6 ایک گول مسجد کا اندر وہی قطر 31.5 میٹر ہے اور دیواروں کی بلندی 7 میٹر ہے۔ 19 روپے فی مرانے میٹر کے حساب سے مسجد کی گول دیوار پر سینٹ لگانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

7

سلنڈر شکل کا ایک پانی کا نینک 7.7 میٹر بلند ہے اور اس کا اندر وہ نی رہاں 5 میٹر ہے۔ 500 روپے فی مرلٹ میٹر کے حساب سے اس کے اندر پتھر لگانے کا خرچ معلوم کیجئے۔

8

تل کے ڈرم کی اونچائی معلوم کیجئے جب کہ اس کا جم 12,474 مکعب میٹر اور رہاں 6.3 میٹر ہو۔

9

سلنڈر نما کا ایک نینک 77 سینٹی میٹر اونچا ہے اور اس کا رہاں 20 سینٹی میٹر ہے۔ معلوم کیجئے کہ ڈبے میں کتنے لتر میٹل رکھا جا سکتا ہے؟

10

ایک دائرہ وی پانی کے نینک کی گنجائش لمروں میں معلوم کیجئے جب کہ نینک کی اونچائی 420 سینٹی میٹر ہو اور اس کا قطر 510 سینٹی میٹر ہو۔

## اعدادہ مشق 12

1 مندرجہ ذیل سوالوں کے جوابات دیجئے۔

(i) دائرے کے محیط کی تحریف کریں۔

(ii) دائرہ وی علاقت کا رقبہ کیا ہوتا ہے؟

(iii) سلنڈر کی سطح کا رقبہ اور جم معلوم کرنے کے فارموں لکھیے۔

(iv) دائرے کا محیط اور قیم معلوم کرنے کے فارموں لکھیے۔

(v)  $\pi$  کی تقریبی قیمت کیا ہے؟

2 خالی جگہوں کو پڑ کر جھوپ کریں۔

(i) دائرے کا..... اس کی مخفی سطح کی یوں انش ہے۔

(ii) سلنڈر کے دلوں دائرہ وی علاقت ایک دوسرے کے ..... ہوتے ہیں۔

(iii) کی لمباںی، سلنڈر کی اونچائی کہلاتی ہے۔

(iv) دائرے کے محیط اور قطر میں نسبت علامت ..... سے ظاہر کی جاتی ہے۔

(v) سلنڈر کی سطح کا رقبہ = مخفی سطح کا رقبہ +

ذرست جواب پر صحیح کائناتن (✓) لگائیں۔

3 (i)  $\pi$  کی تقریبی قیمت ہوتی ہے۔

4.13

(ج) 3.14

(ب) 3.41

(اف) 3.04

- (d)  $2\pi d$  (e)  $2\pi r^2$  (f)  $\pi r^2$  (g)  $\pi d$
- (iii) دائرے کی مختصر طرح کی لمبائی کہلاتی ہے اس کا: (iv) دائرے کا رقبہ =
- (الف) رواں (ب) بلندی (ج) قطر (د) محیط

- (a)  $4\pi r^2$  (b)  $3\pi r^2$  (c)  $2\pi r^2$  (d)  $\pi r^2$
- (v) اگر دائرے کا قطر 10 سینٹی میٹر ہو تو اس کا رواں ہوگا: (vi)  $\frac{7}{22} \pi$  رداں کے دائرے کا محیط ہوگا:
- (الف) 5 سینٹی میٹر (ب) 10 سینٹی میٹر (ج) 15 سینٹی میٹر (د) 20 سینٹی میٹر  
 (الف) 1 میٹر (ب) 2 میٹر (ج) 3 میٹر (د) 4 میٹر

4. دائرے کا رقبہ اور محیط معلوم کیجیے اگر  $\frac{22}{7} \pi = \text{رواں}$  ہو:
- |                                 |                               |                      |
|---------------------------------|-------------------------------|----------------------|
| (i) سینٹی میٹر 2.8              | (ii) سینٹی میٹر 10.5          | (iii) سینٹی میٹر 4.9 |
| (iv) سینٹی میٹر $10\frac{1}{2}$ | (v) سینٹی میٹر $6\frac{1}{2}$ |                      |

5. مندرجہ میں سلنڈروں کی سطح کا رقبہ اور حجم معلوم کیجیے۔
- |                                    |   |  |
|------------------------------------|---|--|
| (i) سینٹی میٹر 100, $h = ?$        | (ii) سینٹی میٹر $r = 3.5$ , $h = 15$        | (iii) سینٹی میٹر $r = 12$ , $h = 10.5$ |
| (iv) سینٹی میٹر $r = 12$ , $h = 4$ | (v) سینٹی میٹر $r = 21\text{cm}$ , $h = 10$ |  |
6. پھالوں کی ایک گول کیاری کا رقبہ 7.065 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد 20 روپے فی میٹر کے حساب سے بازنگا نے کا خرچ معلوم کیجیے۔ (جب کہ  $\pi = 3.14$ )

7. اسلام کے سائیکل کے پیسے کا رداں 35 سینٹی میٹر ہے۔ گھر سے سکول چلتے کے لیے پہر 1200 چکد کمل کرتا ہے۔ گھر سے سکول کا فاصلہ معلوم کیجیے (جب کہ  $\pi = \frac{22}{7}$ )

8. 2 میٹر لے اور 21 سم رداں والے ڈرم کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔
9. ایک کنوں 20 میٹر گبر اور اس کا قطر 4 میٹر ہے۔ اسے بھرنے کے لیے لکھنی ملی در کارہوگی۔ (جب کہ  $\pi = \frac{22}{7}$ )
10. 10 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے ایک دائروی کھیت میں کمیابی پرے کرنے کا خرچ معلوم کیجیے جب کہ دائروی کھیت کا رداں 73.5 میٹر ہے۔ نیز کھیت کے گرد کاؤٹ کھڑی کرنے کا خرچ بھی 25 روپے فی میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے۔

## خلاصہ

- کسی دائرے کے کنارے کی پیمائش اس دائرے کا محیط کہلاتی ہے۔
- دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان نسبت ایک یونانی علامت  $\pi$  سے ظاہر کی جاتی ہے اور اس کی قیمت قریباً 3.14 ہے۔
- دائروی علاقوں کا رقبہ اندھرائی کا شیوں کی تعداد ہوتی ہے۔
- سلنڈر تین طبقوں پر مشتمل ہوتا ہے یعنی ایک ہی رواں کے دو دائرے اور ایک منطبق سطح۔
- $2\pi r$  یا  $c = d\pi$  - جب کہ 'c' سے مراد محیط، 'd' سے مراد قطر اور 'r' سے مراد رواں ہے۔

$$\text{دائروی علاقوں کا رقبہ} = \pi r^2$$

$$\text{سلنڈر کی سطح کا رقبہ} = 2\pi r(h + r)$$

$$\text{سلنڈر کا جمجمہ} = \pi r^2 h$$

## معلوماتی معاملات

### تمدرسی مقاصد

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلباء و طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- معلوماتی موارد پیش کرنے کا مظاہرہ کریں۔

- فریکوئی ڈسٹری یوشن کی تعریف کریں (یعنی فریکوئی، زیریں جماعتی حد، بالائی جماعتی حد، جماعتی ونقت)

- پائی گراف کی تجزیع کریں اور اسے ہائیں۔

ہمارے ارگر دیکی دنیا میں بے شمار سوالات اور حالات ایسے ہیں جنہیں ہم سمجھتا، بیان کرنا، ان کا تفصیلی جائزہ لینا اور ان تک رسائی حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ مثال کے طور پر:

- پاکستان کے مختلف شہروں میں کتنے ہستال ہیں؟
- چھٹے دس سالوں میں کتنے بچے پیدا ہوئے؟
- اگلے پانچ سالوں میں کتنے ڈاکٹر کار ہوں گے؟

اسی باتیں جانتے کے لیے ہم معلومات اکٹھی کرتے ہیں اور انہیں منتظم انداز میں پیش کرتے ہیں تاکہ اس سے مطلوب نتائج اخذ کی جاسکیں۔ سٹیٹ فلکس (شماریات) کی وہ شاخ جس کا تعلق اس مل سے ہے "معلوماتی معاملات" کہلاتی ہے۔

### 13.1 معلوماتی مواد

معلوماتی مواد سے مراد معلومات یا اطلاعات کا وہ گروہ ہے جو عموماً یا انسوں، مشاہدات اور تجربات کا نتیجہ ہوتا ہے۔ ان سے حاصل ہونے والے نتائج سے ہمیں مارضی کا جائزہ لینے اور مختلف کی منصوبہ بندی کرنے میں مدد ملتی ہے۔ مثال کے طور پر کسی ریاست کی حکومت اپنے بجٹ اور ترقیاتی منصوبے ذرائع اور آبادی کے بارے تبع شدہ مواد کی بنیاد پر بناتی ہے۔

### 13.1.1 مواد پیش کرنا

مواد پیش کرنے کے بعد سب سے اہم کام اس کو پیش کرنا ہے جو نتائج اخذ کرنے کی بنیاد بتاتا ہے۔ مواد کو جدول اور مختلف قسم کے گراف کی مدد سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

ہمیں معلوم ہے کہ مواد بے ترتیب حالت میں اکٹھا کیا جاتا ہے جو ہمیں افراد کے بارے معلومات فراہم کرتا ہے۔ اسی حالت میں مواد غیر گروہی مواد کہلاتا ہے۔ مطلوبہ معلومات حاصل کرنے کے لیے بعد میں جب مواد کو مرتب کر لیا جائے تو یہ گروہی مواد کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک استاد نے ریاضی کے نیٹ میں 20 طلباء کے حاصل کردہ نمبر اکٹھے کیے:

11, 52, 40, 95, 65, 45, 35, 30, 88, 56, 75, 90, 81, 82, 28, 49, 67, 98, 64, 92

یہ غیر گروہی مواد ہے اب اگر ہم یہی معلومات گروہوں میں ظاہر کریں تو یہ گروہی مواد کہلاتے گا۔

◦ طلباء کی تعداد جنہوں نے 11 سے 40 نمبر حاصل کیے = 5

◦ طلباء کی تعداد جنہوں نے 41 سے 70 نمبر حاصل کیے = 7

◦ طلباء کی تعداد جنہوں نے 71 سے 100 نمبر حاصل کیے = 8

اس سے واضح ہوتا ہے کہ گروہی حالت میں دیے گئے مواد سے معلومات کو جانا ایک آسان عمل ہوتا ہے۔ گروہی مواد کو ہم ایک نیجل

کے ذریعے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔

گروپ	حاصل کردہ نمبر	نئی نشان	ظیلہ کی تعداد
11 - 40	11, 40, 35, 30, 28		5
41 - 70	52, 65, 56, 45, 49, 67, 64		7
71 - 100	95, 88, 75, 90, 81, 82, 98, 92		8

نئانگ کو ریکارڈ کرنے کا جو طریقہ ہم نے نیبل میں استعمال کیا اسے نیلی کرنا کہتے ہیں۔ اس طریقے میں ہم کسی گروہ کے افراد کی تعداد کی متناسب سے نشان لگاتے ہیں۔ چار نشانوں کو پانچ یہ نشان سے کراس کر کے ہم پانچ پانچ کے سیٹ بناتے ہیں۔ اس طرح نیلی مارکس کو گتنا آسان ہو جاتا ہے۔ مثال کے طور پر 12 افراد کے گروہ کو ظاہر کرنے کے لیے ہم نیلی مارک اس طرح بناتے ہیں۔

||| |||

نیبل میں دی گئی معلومات کو ہم خصوصیات بتانے میں اس طرح استعمال کر سکتے ہیں۔

حاصل کردہ نمبر	خوبیاں
71 - 100	اعلیٰ
41 - 70	ابتدی
11 - 40	کمزور

### 13.1.2 فریکوئنسی ڈسٹری بیوشن

غیر گروہی مواد کو گروہی مواد میں اس طرح تبدیل کرنا کہ مختلف گروہوں کی فریکوئنسی ظاہر ہو جائے، فریکوئنسی ڈسٹری بیوشن کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر دی گئی مثال میں:

اسکی نیبل جس سے تمامی وقایتی کی فریکوئنسی ظاہر ہو فریکوئنسی نیبل کہلاتی ہے۔

#### ۰ فریکوئنسی

مواد کے کسی گروہ میں پائی جانے والی مقداروں کی تعداد اس کی فریکوئنسی کہلاتی ہے۔ مثاودی گئی مثال میں:

(11 - 40) کی فریکوئنسی 5 ہے۔

(41 - 70) کی فریکوئنسی 7 ہے۔

(71 - 100) کی فریکوئنسی 8 ہے۔

## جماعتی حدود

بالائی جماعتی حد: جماعتی وقٹے کی سب سے بڑی قدر بالائی جماعتی حد کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر (41-70) کے جماعتی وقٹے میں بالائی جماعتی حد 70 ہے۔

زیریں جماعتی حد: جماعتی وقٹے کی کم ترین قدر زیریں جماعتی حد کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر (71-100) کے جماعتی وقٹے میں زیریں جماعتی حد 71 ہے۔

## جماعتی وقٹے

مودا کا ہر گروہ جماعتی وقٹے کے طور پر بھی جانا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر (11-40), (41-70), (71-100) جماعتی وقٹے ہیں۔ ہر وقٹے کی گروہ میں موجود تمام قدروں کو ظاہر کرتا ہے۔

**جماعتی وقٹے کا سائز:** کسی جماعتی وقٹے میں مقداروں کی تعداد، اس کا سائز یا لمبائی کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر (11-40) کے جماعتی وقٹے کا سائز یا لمبائی 30 ہے جس کی پڑتال انہیں گن کر کی جاسکتی ہے۔ اس کے علاوہ بالائی اور زیریں حد کے فرق کو جماعتی وقٹوں کی تعداد سے تقسیم کر کے بھی معلوم کیا جاسکتا ہے۔ جیسا کہ ذیل سے ظاہر ہے۔

$$11 = \text{سب سے چھوٹی مقدار}$$

$$100 = \text{سب سے بڑی مقدار}$$

اب ہم سائز معلوم کرنے کے لیے فارمولہ استعمال کرتے ہیں۔

$$\frac{\text{سب سے چھوٹی مقدار}}{\text{وقٹوں کی تعداد}} - \frac{\text{سب سے بڑی مقدار}}{\text{جماعتی وقٹے کا سائز}} = \text{جماعتی وقٹے کا سائز}$$

$$= \frac{100 - 11}{3} = \frac{89}{3} = 29.6$$

جواب میں پہلوں کی تعداد کرنے کے بعد مطلوب وقٹے کا سائز یہ ہو گا 30  $\approx 29.6$

**مثال 1:** ساتویں کلاس کے 40 طلباء نے انگریزی کے نیٹ میں حاصل کردہ نمبروں کی تفصیل درج ذیل ہے۔ 5 جماعتی وقٹوں کے ساتھ فریکوئنسی نیٹل بنائیے۔

35, 9, 26, 41, 27, 15, 18, 60, 46, 33, 24, 15, 52, 39, 28, 89, 74, 68, 56, 38, 92, 49, 28, 82, 19, 21, 34, 23, 43, 77, 65, 64, 21, 59, 15, 33, 66, 29, 33, 65

**حل:** ہم جانتے ہیں کہ

سب سے چھوٹی مقدار - سب سے بڑی مقدار = جماعت کا سائز  
وقتلوں کی تعداد

اوپر دیے گئے غیر گروہی مواد سے ہم دلکھ سکتے ہیں کہ

$$= \text{سب سے بڑی مقدار} = 92$$

$$= \text{سب سے چھوٹی مقدار} = 9$$

$$= \text{جماعتوں کی تعداد} = 5$$

$$(قریباً) = \frac{92-9}{5} = 16.6 = 17 \quad \text{جماعتی ونچے کا سائز}$$

جماعتی ونچ	نئی نشان	فریکوڈس (تعداد)
9 - 25		10
26 - 42	III	13
43 - 59		6
60 - 76		7
77 - 93		4

### مشق 13.1

- 12 صارفین کے ادا کردہ مبلغ فیون بلڈز کی تفصیل درج ذیل ہے۔ 5 برابر سائز کی جماعتوں پر مشتمل ایک فریکوڈسی تحلیل بنائیے۔  
510, 700, 356, 603, 422, 674, 481, 545, 718, 592, 685, 569
- بڑے کے اتحان میں ڈان پیکاپ سکول کے 20 طلباء 850 نمبروں میں سے مندرجہ ذیل نمبر حاصل کیے۔ جماعتی ونچ  
100 مقرر کرتے ہوئے ایک فریکوڈسی تحلیل بنائیے۔  
551, 786, 678, 725, 788, 580, 720, 690, 750, 651, 599, 609, 719, 760,  
625, 775, 646, 667, 753, 675
- 15 مزدوروں کی روزانہ مزدوروی حب ذیل ہے۔ 4 برابر سائز کی جماعتوں پر مشتمل ایک فریکوڈسی تحلیل بنائیے۔  
400, 225, 250, 380, 425, 175, 230, 325, 150, 300, 200, 180, 350, 375, 200
- کرکٹ کے ایک مکلازی نے اپنی آخري 18 انگڑی کے سکور کی ایک فہرست بنائی جو میچے ہی گئی ہے۔  
122, 102, 72, 99, 89, 106, 99, 85, 92, 108, 102, 98, 95, 76, 80, 65, 101, 96  
برابر سائز کی جماعتوں پر مشتمل فریکوڈسی تحلیل بنائیے۔
- نیچے دیا گیا مواد کو میстроں میں اس فاسٹے کو ظاہر کرتا ہے جو ٹینن صاحب نے گزشت 21 دنوں میں طے کیا۔  
77, 58, 62, 85, 32, 71, 59, 60, 38, 32, 69, 80, 76, 92, 61, 82, 74, 70, 99, 44, 53

5 برابر سائز کی جماعتوں پر مشتمل فریکوپسی نسل بنائیے۔

- 6 مندرجہ ذیل ذیناً گز شش میجھوں میں موڑ سائکل بنانے والی ایک آپنی کی فروخت کو ظاہر کرتا ہے۔

571, 692, 700, 533, 832, 744, 649, 584, 613, 735, 872, 900, 512, 864, 654,  
782, 777, 555, 632, 880, 628, 529, 680, 756, 567, 548, 824, 719, 678, 721

100 کو جماعتی و قدر مقرر کرتے ہوئے فریکوپسی نسل بنائیے۔

### 13.2 پائی گراف

" عددی مواد کو دائرے کے الگ الگ بھیز یا تقاطعات کی مدد سے ظاہر کرنا پائی گراف کہلاتا ہے۔"

پائی گراف عموماً مختلف جماعتوں میں تقسیم عددی تھائق کے موازنے کے استعمال ہوتا ہے۔ اس گراف میں مرکزی زاویہ  $360^{\circ}$  کا ہوتا ہے جسے اس میں ظاہر کیے جاتے والی جماعتوں کے سائز کے تابع سے تقسیم کر دیا جاتا ہے۔ مندرجہ ذیل مثالیں پائی گراف کے تصور کو بھینٹیں ہماری مدد کریں گی۔

**مثال 1:** ہر طالب علم پر حقف کھیلوں میں حصہ لینا لازم ہے۔ سکول کے 1800 طلباء میں سے 750 طلباء کرکٹ 200 طلباء پیدمن، 400 طلباء کی اور 450 طلباء فٹ بال کھیلتے ہیں۔ ان کے باہم موازنے کے لیے ایک پائی گراف بنائیے۔

$$= \text{طلبا کی کل تعداد} = 1800$$

(i) قادر ہوا استعمال کرتے ہوئے ہر بکھر کے لیے زاویہ معلوم کریں۔

$$\frac{\text{کھیل کھیلنے والے طلباء کی تعداد}}{\text{کل طلباء}} \times 360^{\circ} = \text{مطلوبہ زاویہ}$$

$$= \frac{200}{1800} \times 360^{\circ} = 40^{\circ}$$

$$= \frac{750}{1800} \times 360^{\circ} = 150^{\circ}$$

$$= \frac{400}{1800} \times 360^{\circ} = 80^{\circ}$$

$$= \frac{450}{1800} \times 360^{\circ} = 90^{\circ}$$

(ii) پائی گراف بنانے کے لیے

☆ مناسب رداں کا دائرہ لگائیں۔

- ☆ بید منشن کے محیل کو ظاہر کرنے کے لیے  $40^{\circ}$  کا زاویہ بنائیں۔
- ☆ گرکٹ کے محیل کو ظاہر کرنے کے لیے  $150^{\circ}$  کا زاویہ بنائیں۔
- ☆ ہائی کے محیل کو ظاہر کرنے کے لیے  $80^{\circ}$  کا زاویہ بنائیں۔
- ☆ اب تین  $90^{\circ}$  کا زاویہ فٹ بال کے محیل کو ظاہر کرے گا۔

ہر سکھ کو دی گئی ڈھنک کے مطابق ہام درس۔ (iii)



کیا آپ نے خور کیا کہ طلباء کو گرکٹ سب سے زیادہ پسند ہے؟

**مثال 2:** پنج دی گئی نیمیں ساتویں جماعت کے طلباء کے مرغوب ترین کھانوں کو ظاہر کرتا ہے۔ طلباء کے مرغوب ترین کھانوں کو پانی گراف سے ظاہر کیجیے۔

کھانا	فرائید چکن	من کڑاہی	بریانی	تیر	بڑیاں
طلباء کی تعداد	40	20	10	6	4

(i) مدرجہ ذیل فارمولہ استعمال کرتے ہوئے ہر سکھ کے لیے زاویہ معلوم کریں۔

$$\frac{\text{کھانا پسند کرنے والے طلباء کی تعداد}}{\text{کل طلباء}} \times 360^{\circ} = \text{مطلوبہ زاویہ}$$

$$= \frac{40}{80} \times 360^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$= \frac{20}{80} \times 360^{\circ} = 90^{\circ}$$

$$= \frac{10}{80} \times 360^{\circ} = 45^{\circ}$$

- (ii) کسی بھی مناسب رہاں کا دائرہ لگائیں۔
- (iii) معلوم کیے گئے راویوں کے مطابق دائرے کو سکھر میں تقسیم کریں۔
- (iv) دی گئی دھل کے مطابق ہر سکھر کو نام دیں۔



کیا آپ نے دیکھا کہ فرائینڈ پچھن طلباء کا مرغوب ترین کھانا ہے۔

### مشق 13.2

- حائے شاپنگ کے دوران اپنے جیب خرچ کا 30% خوراک پر 35% کتابوں کی خریداری پر 20% سکول کے لباس پر خرچ کیا اور 15% بچالیا۔ اس مواد کو پائی گراف پر ظاہر کیجیے۔
- ایک مینڈیا رپورٹر نے دیکھنوں کے دوران مارکیٹ میں آنے والے لوگوں کا سروے کیا۔ اس نے نتیجہ اخذ کیا کہ 720 لوگ مارکیٹ میں آئے جن میں سے 320 خواتین، 220 مرد اور 180 بچے تھے۔ پائی گراف بنائیے۔
- ایک کلاس کے طلباء کے سالانہ امتحان میں حاصل کردہ گریڈز یہ ہیں گے ہیں۔ پائی گراف بنائیے۔

گریڈز	A+	A	B	C	D	E	F
طلباء کی تعداد	2	6	10	30	6	4	2

- ایک سکول کی پانچ کلاسی کی تفصیلات ذیل میں دی گئی ہیں۔ مواد تے کے لیے پائی گراف بنائیے۔

کلاس	I	II	III	IV	V
طلباء کی تعداد	300	270	225	150	135

نورین کی لاہری ری میں مندرجہ ذیل اقسام کی کتب ہیں۔ اس معلومات کو پانی گراف کے ذریعے خاہر کیجیے۔

نام	انگریزی	اسلامی	کھانیاں	تلیس
کتب کی تعداد	180	90	60	30

### اعادہ مشق 13

مندرجہ ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔

(i) گروہی مواد کیا مطلب ہے؟ (ii) جماعتی و قفقہ کی تعریف کریں۔

(iii) پانی گراف کی تعریف کریں۔ (iv) جماعتی و قفقہ معلوم کرنے کا فارمولہ لکھیں۔

(v) کس طریقے کو ملیٰ کرنا کہتے ہیں؟

خالی جگہوں کو پڑ کر جھپٹیں۔

1. سے مراد عام طور پر پیمائشوں، مشابہات اور تحریبات کے نتیجے میں حاصل ہونے والے معلوماتی گروہ ہیں۔

(i) ہر سے کسی گروپ کی تمام مقداروں کا اخبار ہوتا ہے۔ (ii) مواد سے کسی جریکا روکنے کے لیے استعمال ہونے والا طریقہ کہلاتا ہے۔

(iii) مواد سے کسی افراد کے بارے معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

(iv) نئانچے روکنے کے لیے استعمال ہونے والا طریقہ کہلاتا ہے۔

(v) کسی جماعتی و قفقہ کی سب سے بڑی مقدار حد کہلاتی ہے۔

(vi) کسی جماعتی و قفقہ میں مقدار حد کہلاتی ہے۔

(vii) بعدی مواد کو اڑے کے اگلے اگلے سکھڑیز میں ظاہر کرنا کہلاتا ہے۔

2. ذرست جواب پر (✓) کا نشان لگائیں۔

(i) پانی گراف میں مرکزی زاویے کی پیمائش ہوتی ہے:

(الف)  $360^\circ$  (ب)  $90^\circ$  (ج)  $180^\circ$  (د)  $240^\circ$

(ii) (12-53) کے جماعتی و قفقہ میں بالائی جماعتی حد ہے:

(الف) 54 (ب) 12 (ج) 11 (د) 53

(iii) (7-15) کے جماعتی و قفقہ میں زیریں جماعتی حد ہے:

(الف) 6 (ب) 7 (ج) 15 (د) 16

(iv) گروہی مواد میں، سب سے بڑی قدر = 21، سب سے پھوٹی قدر = 3، وقوف کی تعداد = 3 ہوتی جماعت کا سائز کیا ہوگا:

(الف) 3 (ب) 6 (ج) 18 (د) 21

4

ایک بیٹھ کے دوران ہفتہ میں آنے والے مرینگوں کی عمر سالوں میں حب ذیل ہیں۔ اگر وقٹ کا سائز 10 ہو تو مواد کو گروہ میں ترتیب دیجئے۔

25, 50, 49, 47, 26, 10, 2, 1, 15, 17, 18, 19, 27, 28, 30, 35, 40, 37, 32, 31, 3, 4, 7, 10, 15, 12, 13, 17, 14, 20, 22, 24, 26, 30, 17, 35, 40, 36, 32, 31, 37

دیا گیا مواد کچھ مانگی ساحب کے طے کردہ فاصلے کو کامیزوں میں ظاہر کرتا ہے۔

90, 44, 15, 19, 28, 9, 92, 17, 8, 84, 50, 60, 77, 69, 24, 89, 63, 74, 35, 48, 39, 81, 58, 37, 55, 67, 46, 30, 26, 79.

5 بر ایر سائز کی جماعتوں پر مشتمل فریکوئی نیبل بنائیے۔  
علی اور اس کے دوست ایک دن میں جتنی بریڈی رکھاتے ہیں اس نیبل میں ظاہر کیا گیا ہے۔

کھانا	نیشت	دوپہر کا کھانا	شام کا کھانا	رات کا کھانا
بریڈیز کی اعداد	12	24	16	8

نیبل کی مدد سے پائی گراف بنائیے۔  
ایک پارٹی میں میز بانے پیچھے گئی کھانے پینے کی اشیا سے مہماں کی تواضع کی۔

کھانے پینے کی اشیا	کولڈ ڈریفٹ	سینکرو	برگر	ایک
تعاب	180	124	330	86

نیبل کی مدد سے پائی گراف بنائیے۔

### خلاصہ

معلوماتی مواد معلومات یا اطلاعات کا گروہ ہے جو موامیا انسوں، مشاہدات اور تجربہات کا تجھہ ہوتا ہے۔

مواد پر ترتیب حالات میں آنکھا کیا جاتا ہے اور اس سے ہمیں افراد کے بارے میں معلومات حاصل ہوتی ہیں۔ اس حالات میں مواد میں خیرگروہی مواد کہلاتا ہے۔

گروہی مواد میں ہر گروہ جماعتی و قائم کے طور پر جانا جاتا ہے۔

جماعتی و قائم کی سب سے بڑی مقدار بالائی جماعتی حد کہلاتی ہے۔

جماعتی و قائم کی سب سے چھوٹی مقدار زیریں جماعتی حد کہلاتی ہے۔

کسی جماعتی و قائم میں مقداروں کی تعداد اس کی فریکوئی نیبل کہلاتی ہے۔

جس نیبل سے مقداروں کی فریکوئی ظاہر کی جاتی ہے فریکوئی نیبل کہلاتا ہے۔

عدوی مواد کو اسے کے الگ الگ سکھر سے ظاہر کرنا پائی گراف کہلاتا ہے۔

پائی گراف میں مرکزی زاویہ  $360^{\circ}$  کا ہوتا ہے جسے گروہوں کے سائز کی نسبت سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

# جوابات (Answers)

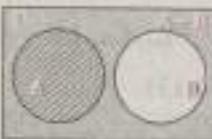
- (v)  $L \cup M \cup N = \{3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24\}$
2. (i)  $P \cap Q = \{0\}$  (ii)  $M \cap N = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 (iii)  $A \cap B = \{15\}$  (iv)  $U \cap V \cap W = \{\}$   
 (v)  $X \cap Y \cap Z = \{l\}$
3.  $N \cup W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$   
 $N \cap W = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
4.  $P \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$   
 $P \cap C = \{\}$
5. (i)  $A \cup (B \cup C) = \{a, b, c, d, f, g, h\}$   
 (ii)  $A \cap (B \cap C) = \{c, f\}$
6. (i)  $X \cup (Y \cup Z) = \{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}$   
 (ii)  $X \cap (Y \cap Z) = \{2\}$
7. (i)  $R \setminus S = \{1, 3\}$  (ii)  $T \setminus S = \{1, 3\}$   
 (iii)  $R \setminus T = \{0\}$  (iv)  $S \setminus R = \{4\}$

## 1.3 مختصر

- (i) اور (ii) میں اکب سیٹ ہیں۔  
 - (iii) اور (iv) میں پھرے جو ف کا سیٹ ہیں۔

2. (i)  $A' = \{6, 7, 8, 9, 10\}$  (ii)  $B' = \{2, 4, 6, 8, 10\}$   
 (iii)  $C' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  (iv)  $D' = \{1, 2, 8, 9, 10\}$
3. (i)  $X = \{b, d, f, h\}$  (ii)  $Y = \{b, c, d, f, g, h\}$   
 (iii)  $Z = \{a, b, c, e, f, i\}$  (iv)  $U = \{\}$
5. (i)  $W' = \{-1, -2, -3, \dots\}$  6.  $P' = \{1, 4, 6, 8, \dots\}$

## 1.5 مختصر

- 1- (i) 
- (ii) 
- (iii) 
- (iv) 

## 1.1 مختصر

- 1- (i) اکٹھ جو ف حجی میں واولہ کا سیٹ =  
 (ii) ب کے اضافے کا سیٹ = 3  
 (iii) سیٹ "spring" میں موجود حروف کا سیٹ =  
 (iv) دل جو ف حجی میں پھرے جو ف کا سیٹ =  
 (v) E سے 10 تک قدرتی اعداد کا سیٹ = 6  
 - اور 3 کے درمیان موجود اگرچہ اعداد کا سیٹ = 3  
 (vi) F سے 3 سے تک قدرتی اعداد کا سیٹ = 3  
 (vii) G سے 99 سے تک قدرتی اعداد کا سیٹ = 99  
 2- (i)  $A = \{h, o, c, k, e, y\}$  (ii)  $B = \{r, t, u, l, n\}$   
 (iii)  $C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$   
 (iv)  $D = \{5, 10, 15, 20, 25\}$   
 (v)  $E = \{6, 7, 8, 9, \dots\}$   
 (vi)  $F = \{-6, -5, -4, -3, -2\}$
- 3- (i)  $A = \{x | x \in N \wedge x < 6\}$   
 (ii)  $B = \{x | x \in P \wedge x < 11\}$   
 (iii)  $N = \{x | x \in N\}$   
 (iv)  $W = \{x | x \in W\}$   
 (v)  $Z = \{x | x \in Z\}$   
 (vi)  $L = \{x | 5 \leq x \leq 5\}$  خوف بے x  
 (vii)  $E = \{x | x \in E \wedge 1 < x < 10\}$   
 (viii)  $O = \{x | x \in O \wedge x > 15\}$   
 (ix)  $C = \{x | x \text{ کا ایک سارا نام ہے}\}$  x کی نام کا ایک سارا نام ہے  
 (x)  $S = \{x | x \text{ کا ایک رنگ ہے}\}$  x کا ایک رنگ ہے

## 1.2 مختصر

- (i)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 (ii)  $S \cup T = \{a, b, c, d, e\}$   
 (iii)  $X \cup Y = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$   
 (iv)  $C \cup D \cup E = \{a, e, i, o, u\}$

10.

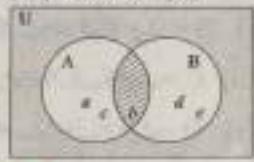
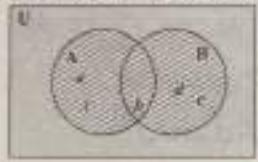
(i)  $A' = \{d, e\}$



(ii)  $B' = \{a, c\}$

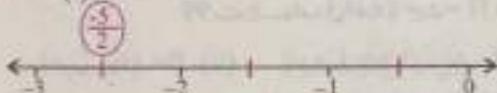


(iii)  $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$  (iv)  $A \cap B = \{b\}$

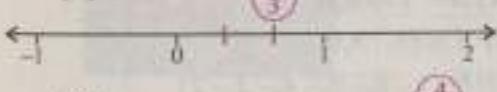
**مشق 2.1**

1- (i) T (ii) F (iii) T (iv) F (v) F

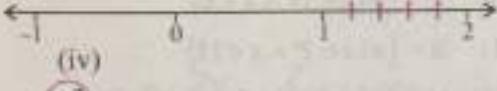
2- (i)



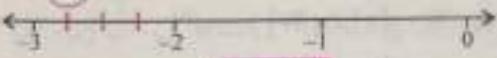
(ii)



(iii)



(iv)

**مشق 2.2**

1. (i)  $7, -\frac{1}{7}$  (ii)  $-23, \frac{1}{23}$  (iii)  $11, -\frac{1}{11}$

(iv)  $-\frac{1}{3}, 3$  (v)  $\frac{2}{7}, -\frac{7}{2}$  (vi)  $-6, \frac{1}{6}$

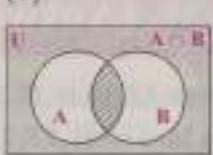
(vii)  $-1, 1$  (viii)  $+\frac{6}{13}, -\frac{13}{6}$  (ix)  $-\frac{1}{100}, 100$

(x)  $-\frac{18}{27}, \frac{27}{18}$  (xi)  $\frac{99}{100}, -\frac{100}{99}$  (xii)  $-\frac{102}{117}, \frac{117}{102}$

2. (i)  $\frac{3}{4}$  (ii)  $-\frac{11}{50}$  (iii)  $2\frac{1}{12}$

(iv)  $\frac{1}{20}$  (v)  $\frac{1}{50}$  (vi)  $1\frac{11}{100}$

(v)



(vi)

**اعداد مشق 1**

1- چانچی طریقہ 2- اندرائی طریقہ

3- 7 قسم سے ساز

(ii) اگر کسی سیٹ کو اس کی خاصیت کے مطابق الفاظ میں لکھا جائے تو یہ سیٹ لکھنے کا چانچی طریقہ کہلاتا ہے۔

(iii) جب کہ (iv) یعنی دو سیٹ

(v) دو سیٹ جب نیز مشترک کہلاتے ہیں، جب ان کے درمیان کوئی بھی رکن مشترک نہ ہو۔

اور (iii) قطع (ii) قطع (i) مزدوج (iv) مزدوج

کے (v) مزدوج کے (vi) مزدوج

، (iii) ب (ii) ن (i) ن-3

J (vi) ن (v) ن (iv)

4- (i)  $A = \{x | x \in N \wedge 4 < x < 9\}$ (ii)  $B = \{x | x \in W \wedge x < 3\}$ (iii)  $C = \{x | x \text{ جزوی تیکا کا اول ہے}\}$ (iv)  $D = \{x | x \in N \wedge x > 100\}$ (v)  $E = \{x | x \in O \wedge 1 < x < 10\}$ 

5- (i) A سے چھوٹے اعداد کا سیٹ

A = {0,1,2,3,4,5,6}

(ii) B سے چھوٹے اعداد کا سیٹ = B

B = {4,6,8,10}

(iii) C سے چھوٹے اعداد کا سیٹ = C

C = {-1,0,1}

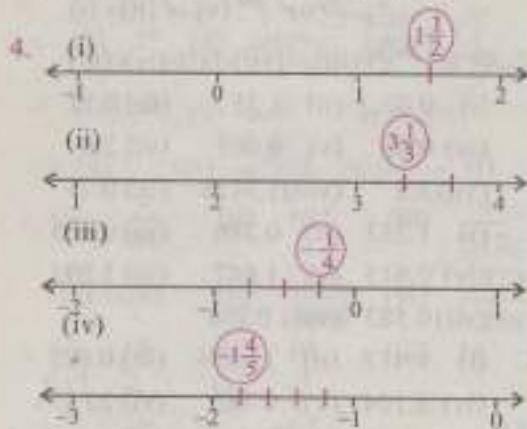
(iv) D سے چھوٹے اعداد کا سیٹ = D

D = {2,3,5,7,11,13}

7. (i) X - Y = {2,4} (ii) Y - X = {1,7}

(vi) کسی عدد کا جمعی ممکن معلوم کرنے کے لئے اس کی  
لامات تبدیل کرتے ہیں اور کسی عدد کا ضریب ممکن معلوم  
کرنے کے لئے شمارکنندہ کو خزن اور فرقہ کو شمارکنندہ کے  
طور پر لکھتے ہیں۔

- (iii) جمعی (ii) 2 اتنے عدد (i) -2  
(vi) ضریب (v) ممکن (iv) ممکن  
شناختی (v) اتنے عدد (iii) 2 اتنے عدد (ii) -3



5. (i) شریبی ممکن =  $+14$ , جمعی ممکن =  $-\frac{1}{14}$   
(ii) شریبی ممکن =  $-\frac{1}{5}$ , جمعی ممکن =  $+5$   
(iii) شریبی ممکن =  $+\frac{2}{3}$ , جمعی ممکن =  $-\frac{3}{2}$   
(iv) شریبی ممکن =  $-\frac{11}{27}$ , جمعی ممکن =  $-\frac{27}{11}$

6. (i)  $\frac{1}{4} > -\frac{1}{2}$  (ii)  $\frac{2}{3} > \frac{1}{5}$  (iii)  $-\frac{11}{17} < \frac{3}{8}$   
(iv)  $\frac{10}{13} < \frac{11}{14}$  (v)  $-\frac{4}{9} < -\frac{2}{5}$  (vi)  $\frac{5}{-22} > \frac{-11}{25}$

7. (i)  $\frac{1}{5}$  (ii)  $\frac{2}{3}$  (iii)  $-\frac{1}{12}$   
(iv) 0 (v)  $\frac{3}{40}$  (vi)  $-\frac{1}{12}$

8. (i)  $\frac{27}{56}$  (ii)  $-\frac{1}{10}$  (iii)  $-\frac{1}{11}$   
(iv)  $\frac{7}{11}$  (v)  $-\frac{6}{25}$  (vi)  $\frac{32}{49}$

(vii)	$\frac{6}{11}$	(viii)	$\frac{7}{23}$	(ix)	$\frac{1}{5}$		
(x)	$-\frac{43}{72}$	(xi)	$\frac{13}{24}$	(xii)	$-3\frac{23}{110}$		
3. (i)	$\frac{2}{3}$	(ii)	$\frac{35}{51}$	(iii)	$\frac{11}{13}$		
(v)	$-\frac{1}{4}$	(vi)	$1\frac{1}{2}$	(vii)	$\frac{2}{3}$		
(ix)	$\frac{3}{10}$	(x)	$\frac{1}{4}$	(xi)	$-\frac{1}{10}$	(xii)	$\frac{4}{17}$

### مشق 2.3

1. (i)	$\frac{1}{2} < \frac{15}{20}$	(ii)	$\frac{2}{-3} < \frac{1}{6}$		
(iii)	$-\frac{1}{5} = \frac{2}{-10}$	(iv)	$\frac{-1}{9} > \frac{-4}{3}$		
(v)	$-1 < \frac{-2}{3}$	(vi)	$\frac{1}{2} < 1$		
(vii)	$\frac{5}{7} > \frac{-1}{2}$	(viii)	$\frac{11}{-10} < \frac{-10}{11}$		
(ix)	$\frac{4}{-100} = \frac{-1}{25}$	(x)	$\frac{-4}{7} > \frac{5}{-2}$		
(xi)	$\frac{4}{9} > \frac{6}{-7}$	(xii)	$\frac{-8}{11} < \frac{3}{-10}$		
2. (i)	$\frac{8}{9}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$	(ii)	$\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}$	(iii)	$\frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{1}{3}$
3. (i)	$\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$	(ii)	$\frac{1}{10}, \frac{2}{15}, \frac{4}{5}$	(iii)	$\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{5}{6}$

### اعادہ مشق 2

1. ایسا عدد جس کو علاحدہ طور پر  $\frac{p}{q}$  کی فکل میں لکھا جائے،  
جبکہ  $p$  اور  $q$  سچے اعداد ہوں اور  $q \neq 0$  ہے، اسکے ناطق مذکور برابر ہے۔

$a$  کا جمعی ممکن  $= \frac{ps + rq}{qs}$  (iv)  $\frac{q}{p}$  (iii)

پہلے ناطق عدد کے شمارکنندہ کو دوسرے کے شمارکنندہ سے  
ضرب دیں۔ اسی طرح دوسرے ناطق اعداد کے نظر جوں کو  
مجی ضرب دیں۔

三

$$4. \text{ (i) } \frac{3}{8} \quad \text{(ii) } \frac{1}{4} \quad \text{(iii) } \frac{1}{2} \quad \text{(iv) } \frac{19}{4}$$

$$\text{(v) } \frac{79}{100} \quad \text{(vi) } \frac{129}{100} \quad \text{(vii) } \frac{117}{50}$$

5. (i) 0.8  
 (ii) 0.9167  
 (iii) 0.889  
 (iv) 0.143  
 (v) 3.143  
 (vi) 3.5  
 (vii) 0.3

6. (i) 4.57      (ii) 107.33      (iii) 5.74  
      (iv) 6.80      (v) 25.49

三

- (i) قوت نما = 9 اساس = -1
- (ii) قوت نما = 100 اساس = 2
- (iii) قوت نما = 22 اساس = -19
- (iv) قوت نما = -5 اساس = 3
- (v) قوت نما =  $n$  اساس =  $ab$
- (vi) قوت نما = 8 اساس =  $-\frac{6}{11}$
- (vii) قوت نما =  $-mn$  اساس =  $a$
- (viii) قوت نما = 7 اساس =  $\frac{2}{9}$
- (ix) قوت نما = 4 اساس =  $\frac{p}{q}$
- (x) قوت نما = 6 اساس =  $-\frac{1}{\lambda}$
- (xi) قوت نما =  $m$  اساس =  $\frac{x}{y}$
- (xii) قوت نما =  $-b$  اساس =  $\frac{11}{13}$

$$2. \quad \begin{array}{lll} \text{(i)} \quad 5^4 & \text{(ii)} \quad \left(\frac{-3}{7}\right)^4 & \text{(iii)} \quad p^5 \\ \text{(iv)} \quad \left(\frac{1}{10}\right)^3 & \text{(v)} \quad (xy)^3 & \text{(vi)} \quad (31)^5 \end{array}$$

$$4. \text{(i)} \quad (11)^2 \quad \text{(ii)} \quad (9)^2 \quad \text{(iii)} \quad -(5)^4$$

$$\text{(iv)} \quad \left(\frac{1}{10}\right)^3 \quad \text{(v)} \quad \left(\frac{2}{7}\right)^3 \quad \text{(vi)} \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^3$$

三

نخته سویا نیز راهی می‌شود (v) و (n)، (1)

(viii) اور (vii), (vi), (iv), (iii)

2. (i) 0.02 (ii) 1.35 (iii) 0.12  
 (iv) 0.62 (v) 0.005 (vi) 2.5  
 (vii) 3.5 (viii) 1.3125 (ix) 0.75

3. (i) 1.333 (ii) 0.286 (iii) 0.455  
 (iv) 0.615 (v) 1.667 (vi) 1.091  
 (vii) 0.583 (viii) 0.286

4. (i) 5.417 (ii) 11.104 (iii) 0.925  
 (iv) 3.104 (v) 0.742 (vi) 23.151

۳۰۷

(i) ایسا کس اعشار یہ جس میں نقطہ اعشار یہ کے بعد بندوں کی تعداد متناہی ہو، مثمن کس اعشار کے لیا جاتا ہے۔

(a) (iii) نہیں سورا عشا رے (b) غیر نہیں سورا عشا رے

(iii) ایسے غیر مختتم سورا عشوریہ جن میں کوئی ہدسر یا ہندسوں کا باک افظا عشوریہ کے بعد اتنا ہی مرتب آئے، متوالی سورا عشوریہ کہلاتے ہیں۔

(iv) لاشنی (v)

(۷) اوس میں مددان (مریخ) سے سرجن سے سرجن  
اگر اسے ضربی صرف 2.5 یاد رکوں 2 اور 5 پر مشتمل ہوں  
تو صرف اس صورت میں ہاضم معد خاتم کسی اعشار یہ  
ہوتا ہے۔

(vi) محمد و کرتا سے مراد فقط اشاریہ کے بعد ہندوؤں کو حذف کرنے کا عمل ہوتا ہے۔

(i) غیر مکتم (ii) نقطہ اعشاریہ (iii) فتح (iv) مخرج

## احادیث 4

(i) کی مدد کا قوت نہیں ہے کہ کسی عدد (اساس) کو  
کتنی مرتبہ اعظم ضرب کی گئی ہے۔

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

(ii) اساس و میر رہتا ہے کہ اس کا قوت نہیں اور قوت نہیں  
کے حاصل خوب کے نہیں۔ ممکن ہے کہ  $(a^m)^n = a^{mn}$

$$\frac{q}{p} \quad (\text{iv})$$

2. (i)  $5^4$  (ii)  $(ab)^n$  (iii)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n$

(iv) مطلقاً (v) مثبت (vi)  $a^n$

- (v)  $x^2$  (iv)  $x^{-2}$  (iii)  $x^2$  (ii)  $x^{-2}$  (i)

(i)  $\frac{1}{64}$  (ii)  $625$  (iii)  $\frac{1}{512}$

(iv)  $-243$  (v)  $\frac{27}{1000}$  (vi)  $\frac{121}{169}$

(i)  $18$  (ii)  $10$  (iii)  $16$

(iv)  $2$  (v)  $-3$

(i)  $\frac{-3}{4}$  (ii)  $\left(\frac{5}{9}\right)^0 = 1$  (iii)  $\frac{18}{11}$

(iv)  $\frac{16}{81}$  (v)  $10$

## S.U.P

(i)  $36$  (ii)  $25$  (iii)  $100$

(iv)  $49$  (v)  $169$  (vi)  $64$

(vii)  $1681$  (viii)  $361$  (ix)  $10000$

(x)  $81$  (xi)  $121$  (xii)  $625$

عمل (vii)  $\times^2$  (viii)  $\times^2$  (ix)  $\times^2$  (x)  $\times^2$  (xi)  $\times^2$  (xii)  $\times^2$

مرجع چس

کامل مرلخ نہیں ہیں۔

(v)  $a^0$  (i) طاقت اعداد کے کامل مرلخ ہیں۔

(vii)  $a^0$  (iv)  $\times^0$  (iii)  $\times^0$  (ii)  $\times^0$  (viii)  $\times^0$  (vi)  $\times^0$  (ii)

کتابت اعداد کے کامل مرلخ ہیں۔

(i)  $\frac{9}{16}, \frac{3}{4} > \frac{9}{16}$  (ii)  $\frac{25}{36}, \frac{5}{6} > \frac{25}{36}$

(iii)  $\frac{16}{121}, \frac{4}{11} > \frac{15}{121}$  (iv)  $\frac{1}{49}, \frac{1}{7} > \frac{1}{49}$

## مختصر 4.2

1. (i)  $(-4)^{11}$  (ii)  $m^7$  (iii)  $\left(\frac{2}{7}\right)^3$   
 (iv)  $\left(\frac{1}{10}\right)^8$  (v)  $p^{10}q^{10}$  (vi)  $\left(\frac{2}{7}\right)^5$   
 (vii)  $\left(\frac{-1}{2}\right)^{11}$  (viii)  $(15)^7$  (ix)  $\left(\frac{2}{3}\right)^7$   
 (x)  $\left(\frac{-10}{11}\right)^9$  (xi)  $\left(\frac{3}{2}\right)^8$  (xii)  $\left(\frac{-x}{y}\right)^2$

## مختصر 4.3

1. (i)  $2^2$  (ii)  $(-9)^3$  (iii)  $\left(\frac{3}{5}\right)^4$   
 (iv)  $\left(\frac{m}{n}\right)^3$  (v)  $a^3$  (vi)  $b^{2+q}$   
 (vii)  $\left(\frac{3}{4}\right)^3$  (viii)  $\left(\frac{1}{6}\right)^4$  (ix)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3$   
 (x)  $\left(\frac{-3}{10}\right)^9$  (xi)  $\left(\frac{x}{y}\right)^q$  (xii)  $\left(\frac{p}{q}\right)^{21}$

## مختصر 4.4

1. (i)  $2^{15}$  (ii)  $10^4$  (iii)  $(-3)^{20}$   
 (iv)  $p^6$  (v)  $m^{28}$  (vi)  $x^{16}$   
 (vii)  $\left(\frac{-1}{3}\right)^9$  (viii)  $\left(\frac{2}{9}\right)^{16}$  (ix)  $\left(\frac{p}{q}\right)^{30}$
2. (i)  $\left(\frac{1}{12}\right)^5$  (ii)  $\left(\frac{1}{-a}\right)^2$  (iii)  $\left(\frac{1}{100}\right)^3$   
 (iv)  $\left(\frac{3}{2}\right)^4$  (v)  $(-10)^2$  (vi)  $\left(\frac{y}{x}\right)^5$

3. (i)  $64$  (ii)  $81$  (iii)  $\frac{81}{256}$   
 (iv)  $1$  (v)  $16$  (vi)  $1$   
 (vii)  $0$  (viii)  $\frac{3}{2}$  (ix)  $1$   
 (x)  $287$

## اعادہ مشق 5

سچی عدد کے مراتب سے مراد اس عدد کی اس سے ایک بار ضرب ہے۔

(i) اپنے تدریتی عدد جو کسی اور تدریتی عدد کا مراتب ہوں کل مراتب کیا ہے۔

(ii) مطابق جو کسی اور تدریتی عدد کا مراتب ہوں کل مراتب کیا ہے۔

(iii) مکمل مراتب (iv) مقدار مراتب

(i) مکمل مراتب (ii) مقدار مراتب

(iii) مکمل مراتب (iv) مقدار مراتب

$$\sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{100}} \quad (vi) \quad \sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} \quad (v)$$

۱ (iii) ۲ (ii) ۳ (i) -۳

4. (i) 32 (ii) 22 (iii) 2

(iv) 2.5 (v) 0.15 (vi)  $\frac{7}{11}$

(vii)  $1\frac{3}{5}$  (viii)  $1\frac{2}{9}$  (ix) 3.3

(x)  $1\frac{1}{11}$  (xi)  $\frac{5}{6}$  (xii) 1.75

(xiii) 5.4 (xiv)  $1\frac{1}{5}$

5. 101 فوجی 7 900 مکعب 8 75 مکعب 9. 12 مکعب

10. (i) 5 (ii) 3 (iii) 9.7 مکعب

(iv) 3080.25 مکعب

## مشق 6.1

1.  $a : b : c = 3 : 5 : 6$  2.  $r : s : t = 1 : 4 : 6$

3.  $p : q : r = 1 : 2 : 4$  4.  $x : y : z = 3 : 1 : 2$

5.  $I : m : n = 5 : 35 : 6$

6.  $\text{دروٹی} : \text{امان} : \text{مودودی} = 2 : 3 : 1$

7.  $\text{دکم} : \text{حرفان} : \text{امم} = 10 : 8 : 9$

8.  $\text{بیٹھ} : \text{مٹھن} : \text{چکن} = 10 : 5 : 4$

9.  $\text{کول} : \text{موڑ} : \text{زراں} = 16 : 20 : 15$

## مشق 6.2

1. (i) 26 (ii) 1.5 (iii) 3

(iv) 7 (v) 1.8 (vi) 0.54

2. 15 3. 8 4. 26

5.  $\frac{1}{250}$  6. 43750 مکعب مکعب

5. (i) 0.16, 0.16 < 0.4 (ii) 0.36, 0.36 < 0.6  
 (iii) 0.0144, 0.0144 < 0.12  
 (iv) 0.0025, 0.0025 < 0.05

## مشق 5.2

1. (i) 2 (ii) 9 (iii) 6 (iv) 25  
 (v) 4 (vi) c (vii) 7 (viii) a

- (ix) 5 (x) 9 (xi) y (xii) 10

2. (i) 12 (ii) 16 (iii) 24 (iv) 18  
 (v) 21 (vi) 27 (vii) 14 (viii) 35  
 (ix) 100 (x) 42 (xi) 66

3. (i)  $\frac{7}{9}$  (ii) 1.5 (iii)  $\frac{6}{7}$  (iv) 0.14  
 (v)  $1\frac{1}{3}$  (vi)  $1\frac{1}{6}$  (vii) 1.8 (viii) 3.5  
 (ix)  $1\frac{5}{6}$  (x) 7.7 (xi)  $1\frac{1}{3}$  (xii) 1.25

## مشق 5.3

1. (i) 27 (ii) 48 (iii) 67 (iv) 84  
 (v) 99 (vi) 120 (vii) 125 (viii) 136  
 (ix) 456 (x) 567 (xi) 2345 (xii) 2233

2. (i)  $\frac{6}{7}$  (ii)  $\frac{15}{22}$  (iii)  $\frac{9}{14}$   
 (iv)  $\frac{27}{32}$  (v)  $1\frac{3}{5}$  (vi)  $\frac{4}{5}$

- (vii)  $1\frac{24}{25}$  (viii)  $\frac{55}{64}$  (ix)  $1\frac{2}{3}$   
 (x)  $\frac{3}{4}$  (xi)  $\frac{3}{8}$  (xii)  $1\frac{5}{27}$

3. (i) 0.23 (ii) 1.25 (iii) 3.12  
 (iv) 0.69 (v) 0.037 (vi) 5.67  
 (vii) 0.045 (viii) 11.45 (ix) 22.55  
 (x) 28.28 (xi) 32.9 (xii) 67.8

## مشق 5.4

- (1)  $\frac{1}{250}$  8.6 (2)  $\frac{1}{100}$  18 (3) 11

- (4) 2 (5)  $\frac{1}{250}$  81 (6)  $\frac{1}{100}$  299 (9) 69

- (7)  $\frac{1}{100}$  31.51 (11) 3.6 (12)  $\frac{1}{250}$  7

2.  $\frac{1}{2} \times \$14220$     3.  $\frac{1}{2} \times \$258,500$   
 4. 1.2%    5.  $\frac{1}{2} \times \$900$     6.  $\frac{1}{2} \times \$11700$   
 7.  $\frac{1}{2} \times \$462000$     8.  $\frac{1}{2} \times \$6000$

- |    |                          |                              |
|----|--------------------------|------------------------------|
| 1. | (i) $\frac{4}{5}$ , 120  | (ii) $\frac{4}{5}$ , 2562.50 |
|    | (iii) 3.2%               | (iv) 4 سال                   |
|    | (v) $\frac{4}{5}$ , 3750 | (vi) $\frac{4}{5}$ , 4667    |
| 2. | 16.25%                   | $\frac{4}{5}$ , 5200         |
| 3. | $\frac{4}{5}$ , 1468.75  | $\frac{4}{5}$ , 27, 180      |
| 4. | $\frac{4}{5}$ , 313900   | $\frac{4}{5}$ , 112.20       |
| 5. | 12.5%                    |                              |

九

1.  $\frac{4}{7} \rightarrow 1562$  2.  $\frac{4}{7} \rightarrow 90000$  3.  $\frac{4}{7} \rightarrow 243000$   
 4.  $\frac{4}{7} \rightarrow 5735$  5.  $\frac{4}{7} \rightarrow 39816$  6.  $\frac{4}{7} \rightarrow 5550$   
 7.  $\frac{4}{7} \rightarrow 789508$  8.  $\frac{4}{7} \rightarrow 4423$

7. *Final*

- (i) لیکس اس رقم کو کہتے ہیں جو گورنمنٹ اپنے معاملات  
چلانے کے لیے ایک مخصوص شرعاً میں موام سے موصول  
کرتی ہے۔

(ii) وہ لیکس جو ایک خریدار کی بھتیجی والے کو کوئی چیز خریدتے  
وقت ادا کرتا ہے۔ جنل بلڈنگس کہا جاتا ہے۔

(iii) فتح کا مطلب وہ آمدی ہوتی ہے جو کسی بھتیجی پر  
حاصل ہوا اور مارک اپ وہ رقم ہوتی ہے جو تجارت فروخت  
چانست کے لیے قیمت خرید میں بھی کی جاتی ہے۔

2.5% (iv)

(v) خرچ ایک اسلامی ٹکس ہے جو زرعی پیداوار پر وصول کی جاتا ہے۔

(i) پارچی نیکس (ii) سلزیکس (iii) مارکاپ

قرآن (iv) (v) ترتیب

$\leftarrow$  29000       $\leftarrow$  1,000,000

$$6. \frac{1}{4} \times 580 = 14\% = \frac{1}{7} \times 3600$$

9.  $\frac{1}{4} \times 137.70$  10.  $\frac{1}{4} \times 2400$  11.  $\frac{1}{4} \times 7200$

1000-10000 m.s⁻¹

7. (a) 75 (b) 50

63

- |         |        |                |
|---------|--------|----------------|
| 1. ۱050 | 2. ۶۱۷ | 3. آری ۱20     |
| 4. ۳8۰  | 5. ۲4  | 6. دن ۱0       |
| 7. دن ۵ | 8. ۹۰  | 9. اکتوبر ۱710 |

6.4寸



اعاده مخفی ۶

- (i) ایسا تعلق جس کے مطابق ایک مقدار کے بڑھنے کا کم ہونے سے دوسری مقدار کی نسبت سے بڑھنے کا کم ہوتا ہے۔

(ii) تین مقداروں کی دو نسبتیں جن کو پاہم ملا کر ایک نسبت جو تین مقداروں کو ظاہر کرے، کی شکل میں لکھا جائے تو اس جموجھے کو مسلسل نسبت کہئے ہیں۔

(iii) قابلہ سینیت  $\times$  وقت = قابلہ

(iv) وقت کی اکائی میں جتنے قابل طے کیا جائے، پسندیدہ بہلاتا ہے۔

محل (iii) معلوم (ii) ذات (i) 2

سینیج (iv) (v) (vi) مختصر کرکن (vii) (viii)

٦(iv)  $\rightarrow$  (iii)  $\rightarrow$  (ii)  $\rightarrow$  (i)  $\rightarrow$

میں 164 -6 6,4 -5 8,20 -4

25 دن 7

第4章

7月號

1. (i)  $\frac{1}{7} \text{ of } 928$       (ii)  $\frac{1}{7} \text{ of } 1450$   
       (iii)  $\frac{1}{7} \text{ of } 1914$      (iv)  $\frac{1}{7} \text{ of } 2436$

- (v)  $4ab - 4ac$  (vi)  $2Pm^3 - 2lmn$   
 (vii)  $a^2 + ab - ac$  (viii)  $3x^2 - 6xy - 6xz$   
 (ix)  $3p^5q + 3p^2q^4 - 3p^2qr^4$

## مختصر

1. (i)  $6a^2 + 5a - 4$  (ii)  $m^2 - 4$   
 (iii)  $x^3 - 1$  (iv)  $p^3 - q^3$   
 (v)  $x^3 + y^3$  (vi)  $a^2 - b^2$   
 (vii)  $P^2 - 3Pm + lm^2 + 2lm^2 - m^2$   
 (viii)  $9p^2 - 16q^2$  (ix)  $1 - 4c^2$   
 (x)  $8x^3 - 1$  (xi)  $a^3 + b^3$   
 (xii)  $-5b^2 + 3b + 9 + b^2$

2. (i)  $3x^3 + 3x^2y + 2y^3$   
 (ii)  $5x^2 + xy - y^2$   
 (iii)  $-12m^2 + 31m - 16$   
 (iv)  $2x^3 + 7x^2y - y^3 - 2xy^2$

## مختصر

1. (i)  $x^2 + 3x + 2$  (ii)  $x^2 - 6x + 8$   
 (iii)  $a^2 + 8a + 15$  (iv)  $b^2 - 3b - 54$   
 (v)  $4x^2 - 8x - 21$  (vi)  $4y^2 + 12y + 5$   
 (vii)  $9b^2 - 24b + 7$  (viii)  $6x^2 + 32x + 15$   
 (ix)  $25y^2 + 20y - 12$  (x)  $64a^2 + 32a - 21$

2. (i)  $x^2 + 2xy + y^2$  (ii)  $9a^2 + 24a + 16$   
 (iii)  $x^2 - 2xy + y^2$  (iv)  $a^2 + 4ab + 4b^2$   
 (v)  $4x^2 + 12xy + 9y^2$   
 (vi)  $4a^2 - 4ab + b^2$  (vii)  $9x^2 - 12xy + 4y^2$   
 (viii)  $16x^2 + 40xy + 25y^2$   
 (ix)  $49a^2 - 112ab + 64b^2$

3. (i)  $x^2 - y^2$  (ii)  $9a^2 - 64$   
 (iii)  $4a^2 - 49b^2$  (iv)  $x^2 - 9y^2$   
 (v)  $36a^2 - 25b^2$  (vi)  $81x^2 - 121y^2$

## مختصر

1. (i)  $5xy(x - 2y)$  (ii)  $2(a - 2b + 3c)$   
 (iii)  $3(3x^4 + 2y^2 + 1)$  (iv)  $ab(a^2 + ab + b^2)$   
 (v)  $xyz(x + y + z)$  (vi)  $(x + 1)(bx^2 - 1)$   
 (vii)  $(x + q)(x + p)$  (viii)  $(a - 1)(b - 1)$   
 (ix)  $(p + 1)(m + n)$  (x)  $(a - b)(a - c)$   
 (xi)  $(x - m)(x - n)$  (xii)  $(x^2 + 1)(x - y)^2$   
 (xiii)  $(x + y)(4 - a)$  (xiv)  $(a + b + c)(2x - 2y)$

1. (i)  $2ab + 3bc + ca$  (ii)  $7P + 3m^2 - 8$   
 (iii)  $p^2 - q^2 - r^2$  (iv)  $5xyz + 2yz - 8xy$   
 (v)  $a - 2ab - bc + c$   
 (vi)  $9lm + 8mn - 10ml - 2$

2. (i)  $\frac{2}{x} = x$  (ii)  $\frac{3}{x} = 3$   
 (iii)  $\frac{a}{x} = a, b$  (iv)  $\frac{a}{x} = -2$   
 (v)  $\frac{a}{x} = l, m, n$   
 (vi)  $\frac{a}{x} = a$   
 (vii)  $\frac{a}{x} = x$  (viii)  $\frac{a}{x} = -1$   
 (ix)  $\frac{a}{x} = l, n$

3. (i) سلسلي (ii) سلسلي (iii) سلسلي  
 (iv) سلسلي (v) سلسلي (vi) سلسلي  
 (vii) سلسلي (viii) سلسلي (ix) سلسلي  
 (x) سلسلي (xi) سلسلي (xii) سلسلي

1. (i)  $2(x^2 + y^2)$   
 (ii)  $3x^2 - 2x^2y - 5xy^2 - y^3$   
 (iii)  $5a^5 + 4a^3b + 6b^3$   
 (iv)  $3x^2y - 8x^2y^2 + xy^4$   
 (v)  $5ab^5 + 4a^2b^4 + 4a^4b^2 + 3a^5b$

2. (i)  $3(x - y)$  (ii)  $3(z - x)$   
 (iii)  $3(y - z)$  (iv)  $2(x - 2y + z)$   
 (v)  $-2(x + y - 2z)$  (vi)  $2(2x - y - z)$

3.  $x^6 + x^4 + x^2 - x - 2$

4.  $3x^4y^3 + 3x^3y^2 + 4x^2y - 5$

5.  $2x^5y^5 - 10x^3y^3 + 21xy - 28$

1. (i)  $-56m$  (ii)  $6a^2b^2$  (iii)  $8x^3y^2$   
 (iv)  $8ab^2c$  (v)  $9lm^2n$  (vi)  $-18x^3y^2z^2$   
 (vii)  $10a^4b^4$  (viii)  $l^3m^3n^7$  (ix)  $-32x^3y^5z^{10}$

2. (i)  $Pm + lm^2$  (ii)  $4p^2 + 4pq$   
 (iii)  $3a^2 - 3ab$  (iv)  $6x^2 + 8xy$

(ii) ایکی مساوات جس کی کوئی بخوبیں مددی قیمت ہو، مسئلہ  
کھلائی ہے۔

(iii) دو ترقی میں مشتمل کثیر تر جملی کھلائی ہے۔

(iv) ایکی الجبری مساوات جس کے حلیات تمام قسم کے  
لیے درست نہ ہوتی ہوں، الجبری کلید کھلائی ہے۔

(v) کسی الجبری تخطی کو،  $x^2$  سے زیاد جملوں کے حاصل  
ضرب کی دلکشی جو اس الجبری تخطی پر اپناراہنمیں کر  
سکیں، تحریک کرنا کھلائی ہے۔

2. (i)  $a^2 + 2ab + b^2$  (ii)  $a^2 - 2ab + b^2$   
(iii)  $x^2 + (a + b)x + ab$   
(iv)  $(a + b)(a - b)$   
(v)  $\frac{1}{2}x^2$  (vi)  $x^2$

3. (i)  $\frac{1}{2}x^2$  (ii)  $\frac{1}{3}x^2$  (iii)  $\frac{1}{4}x^2$  (iv)  $\frac{1}{5}x^2$  (v)  $\frac{1}{6}x^2$

4. (i)  $10x^2(1 - 2a^2b)$   
(ii)  $9xyz(4x^2y^2z^2 - 3xy^2 + 7z^4)$   
(iii)  $3x^2(5x^3 + 7x^2y - 9xy - 11y^2)$   
(iv)  $(a^2 + 11)(x - 16)$   
(v)  $(ab + c)(x^2 + xy + z^2)$

5. (i)  $2x^2 + 4y^2 - 3z^2$  (ii)  $-2x^2 - 7z^2$   
(iii)  $4x^2 - 2y^2 + z^2$  (iv)  $3(2x^2 + z^2)$   
(v)  $-2x^2 + 7z^2$  (vi)  $-4x^2 + 2y^2 - z^2$

6. (i)  $x^2 - 4y^2$  (ii)  $12x^2 + 4x^2$   
(iii)  $2(x^2 + y^2)$  (iv)  $2a^3b^2 - 3a^2b^4$   
(v)  $a^2 - b^2$  (vi)  $a^4 - a^3 - a - 1$   
(vii) 0 (viii) 0

7. (i)  $9x^2 + 3x - 20$  (ii)  $4a^2 - 20ab + 25b^2$

8. (i)  $(a - 13)^2$  (ii)  $(1 - 3x^2y^2)^2$   
(iii)  $7a(b+7)(b-7)$  (iv)  $\beta(5+x-y)(5-x+y)$   
(v)  $33x^2 + 130xy + 33y^2$

- (vi)  $\left(\frac{3}{4}a + \frac{2}{3}b\right)^2$  (vii)  $\left(\frac{a}{b}I - \frac{c}{d}m\right)^2$   
(viii)  $\left(a - \frac{9}{5} + \frac{6}{5}m\right) \left(a - \frac{9}{5} - \frac{6}{5}m\right)$

### 9.1 مختصر

- (i)  $x = 32$  (ii)  $x = -8$  (iii)  $x = 4$   
(iv)  $x = 3$  (v)  $x = 2$  (vi)  $x = 15$

2. (i)  $(2x+5)(2x-5)$  (ii)  $(2x+3y)(2x-3y)$   
(iii)  $(3a+b)(3a-b)$   
(iv)  $(3m+4n)(3m-4n)$   
(v)  $(4b+a)(4b-a)$   
(vi)  $x(x+2)$  (vii)  $2(2x+3y)(2x-3y)$   
(viii)  $(a+b+c)(a+b-c)$   
(ix)  $(x+y+z)(x-y-z)$   
(x)  $7(x+y)(x-y)$   
(xi)  $5(a+2b)(a-2b)$   
(xii)  $(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

### 8.7 مختصر

1. (i)  $(x+4)^2$  (ii)  $(x-1)^2$   
(iii)  $(a^2 - 7)^2$  (iv)  $(1 + 5m)^2$   
(v)  $(2x-3y)^2$  (vi)  $(3a+5b)^2$   
(vii)  $(4a+7b)^2$  (viii)  $9(2x+3y)^2$   
(ix)  $(7m+11)^2$  (x)  $(8a-13b)^2$   
(xi)  $3(x^2+4)^2$  (xii)  $11(x+1)^2$   
(xiii)  $11a^2(2a-b)^2$  (xiv)  $(a^2+8b)^2$   
(xv)  $(1-2xyz)^2$  (xvi)  $xyz(4x-5y)^2$
2. (i)  $(ax+by)^2$  (ii)  $\left(\frac{1}{2}+mn\right)^2$   
(iii)  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}y\right)^2$  (iv)  $\left(\frac{11}{13}a - \frac{13}{11}b\right)^2$   
(v)  $\left(\frac{ax}{b} - \frac{by}{c}\right)^2$  (vi)  $\frac{1}{n}(l^2x^2 - m^2y^2)^2$   
(vii)  $a^2b^2(cx-dy)^2$  (viii)  $x^2\left(\frac{b}{c}x + \frac{c}{a}y\right)^2$

### 8.8 مختصر

1. (i)  $(l+m)(x-y)$  (ii)  $(x-3z)(2y+1)$   
(iii)  $(p+2)(p-3)$  (iv)  $(x+5)(x-2)$   
(v)  $(m-7)(m+2)$  (vi)  $(a+3)(a-4)$   
(vii)  $(x-9)(x+3)$  (viii)  $(z-8)(z-4)$   
(ix)  $(t-s)(t+1)$  (x)  $(n+5)(n-1)$   
(xi)  $(ab+7)(ab-1)$  (xii)  $(lm-13)(lm-2)$

### 8 اعادہ مختصر

- (i) ایسے حروف یا حروف تجھی جو نامعلوم متغیروں کو معلوم  
کرنے کے لیے استعمال ہوں، غیر عددی قیمتیں کھلائی

5. (i) 13 (ii) 5 (iii) 7 (iv) 5  
 (v) 14, 15, 16

### مشق 10.1

1.  $\angle a, \angle b; \angle b, \angle c, \angle e, \angle d;$   
 $\angle d, \angle e; \angle e, \angle a$   
 2.  $m\angle BOC = 22^\circ$   
 کچھ عری زاویے ہیں۔ (iv) ۱۰ (ii) ۲۰ (i) -3  
 سلیمانی زاویے ہیں۔

4.  $m\angle 1 = 150^\circ, m\angle 2 = 30^\circ, m\angle 3 = 90^\circ$   
 5. (i)  $m\angle B = 60^\circ, m\angle C = 65^\circ$   
 (ii)  $m\angle D = 30^\circ, m\angle F = 90^\circ$   
 6.  $m\angle A = 60^\circ, m\angle C = 30^\circ$

### اعادہ مشق 10

- (i) حملہ را اور جس سے مراد ایک دوسرے سے جگ زاویے ہیں۔  
 (ii) دو زاویوں کا جموجمہ  $90^\circ$  کے برابر ہونے کی صورت میں کچھ عری زاویے کہلاتے ہیں اور جب یہ جموجمہ  $180^\circ$  کے برابر ہو تو یہ سلیمانی زاویے کہلاتے ہیں۔  
 (iii) را اور جس کا وہ جزو اسی کہلاتا ہے جس کے زاویے دو طبقہ کو ہاتھ مختلط کرنے سے حاصل ہوں اور یہ زاویے غیر حملہ ہوں۔  
 (iv)  
 (v) دائرہ کی سطح پر موجود قطعہ کا سیٹ ہوتا ہے جو کسی تصور نظر سے مرکز کئے ہیں، سے برابر قائم ہو رہا ہے۔  
 (vi) قوس سمجھ دائرے کے آرچ سے امداد قوس کیسے ہوئے کہتے ہیں۔

2. (i) راتی (ii)  $90^\circ$  (iii) مختلط (iv) مل (v) مکان (vi) مرکز (vii) بیان (viii) ایک جیسے  
 3. (i) ن (ii) ) (iii) پ (iv) ن  
 5.  $m\angle b = 50^\circ$  6.  $m\angle y = 120^\circ$

- (vii)  $x = 3$  (viii)  $x = 5$  (ix)  $x = 20$   
 (x)  $x = 27$  (xi)  $x = 4$  (xii)  $x = 8$   
 (xiii)  $x = 33$  (xiv)  $x = 28$  (xv)  $x = 5$   
 2. (i)  $x = -1$  (ii)  $x = 3$  (iii)  $x = 4$   
 (iv)  $x = 4$  (v)  $x = 9$  (vi)  $x = 5$   
 (vii)  $x = \frac{9}{2}$  (viii)  $x = -3$  (ix)  $x = -20$   
 (x)  $x = 3$  (xi)  $x = -2$  (xii)  $x = 3$

### مشق 9.2

1.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$   
 2. سیٹنی میٹر = چڑائی ہے۔ سیٹنی میٹر = لمبائی  
 3. گین 8 = گین 8 کا جیسا  
 4. سال 24 = جنی، سال 48 = بیپ  
 5. 150 روپے = ہفتہ 50 روپے = ہفتہ  
 6. 24 بیکٹر = 96 بیکٹر = 1  
 7. 60 سال = ہٹا، 60 سال = بیپ  
 8. (a) 125 روپے = بھائی، 250 روپے = بھائی (b) 100 روپے = بھائی، 200 روپے = بھائی

### اعادہ مشق 9

- 1 (i) اسی مساوات جو ایک دوسرے والی کثیر رتبی پر مشتمل ہو، یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔  
 (ii) مختلفی قیمت معلوم کرنے کا عمل جس سے کسی مساوات کو درست فتحہ دیا جاسکے، مساوات کا عمل کہلاتا ہے۔  
 (iii) اگر کوئی مساوات اقوت نہیں اسے صرف ایک یہ خیز پر مشتمل ہوتا ہے ایک خیز والی یک درجی مساوات کہتے ہیں۔

- (i) خیز (ii) قیمت (iii) عمل (iv) ایک جیسے عدد  
 2. (i) ن (ii) ) (iii) 2 (iv) ) (i) -3  
 4. (i)  $-\frac{4}{3}$  (ii)  $\frac{1}{2}$  (iii) -5 (iv) 15  
 (v) 0 (vi)  $\frac{6}{13}$  (vii)  $\frac{1}{2}$  (viii)  $\frac{3}{4}$   
 (ix)  $\frac{1}{2}$  (x)  $-\frac{17}{6}$

## اعادہ مشق 11

(i) ایسے قطعات خدا جن کی لمبائیاں برابر ہوں، مثائل قطعات حداکہلاتے ہیں۔

180° (ii)

(iii) اسی مثاث جس کے تین اخلاع برابر اور تینوں زاویے مثائل ہوں، مثائل الاطلاع مثاث کہلاتی ہے۔

(iv) ساقین

(v) مساوی اساقین مثاث میں برابر لمبائی والے دو اخلاع اور قاعدہ کا مقابلہ راویہ را کی راویہ کہلاتا ہے۔

(i) مثائل الاطلاع (ii) لمبائیاں (iii) برابر

(iv) مثاث (v) مثائل

(vi) ساقین، قاعدہ

(i) ن (ii) ن (iii) ن (iv) ن (v) ن (vi) ن -3

## مشق 12.1

1. سینی میٹر = قطر، 11.314      3.6
2. سینی میٹر = رواس، 30.8      4.9
3. سینی میٹر = دیگر، 7.4      3.7
4. سینی میٹر = رواس، 12.6      6.3
5. سینی میٹر = قطر، 16.34      5.2
6. سینی میٹر = رواس، 34.57      5.5

7. سینی میٹر = 61.6
8. سینی میٹر = 0.245
9. سینی میٹر = 3.1

## مشق 12.2

1. (i) مرد 24.64      (ii) مرد 55.44
2. مرد 98.56      (iv) مرد 221.76
3. مرد 260.26      (vi) مرد 498.96
4. مرد 78.57
5. مرد 39.6
6. مرد 124.74
7. مرد 55.44
8. مرد 22

## مشق 12.3

1. (i) مرد 46.2      (ii) مرد 44
2. مرد 1077.12      (iv) مرد 404.8

## مشق 12.4

1.	35 کعب سینی میٹر	(ii)	11 کعب سینی میٹر	(i)
			55.44	(iii)
	1197.9	(iv)	1232	(v)
2.	965.89	3.15	34650	3.15
3.	14.5	5.	14	14 سینی میٹر

## مشق 12.5

1.	3960	2.	5185.7
3.	15	4.	15.08
5.	26950	6.	2079
7.	173250	8.	62370
9.	79695.	10.	4950

## مشق 12.6

1.	1161.6	2.	275.88
3.	92282.14	4.	8731.8
5.	39600	6.	13167
7.	121000	8.	100
9.	96.8	10.	85833

## اعادہ مشق 12

- (i) واڑے کے محیط سے مراد اگر وہ عالیت کے کارے کی لمبائی ہے۔ اس کو واڑے کا حاطہ بھی کہا جا سکتا ہے۔
- (ii) کسی واڑے کے محیط کے اندر وہی سے میں مرد اکائیوں کی تعداد واڑے کا رقم کہا جاتا ہے۔

$$\text{حاطہ کا رقم} = \pi r^2 h + 2\pi r(h + r) \quad (\text{iii})$$

$$= \pi r^2 C = 2\pi r \quad (\text{iv})$$

$$= \frac{22}{7} \times 3.14 \quad (\text{v})$$

(i) سچے (ii) متواری (iii) مختلط (iv) پی (v) کارپوں کا رنگ

- (i) ۳ (ii) ۵ (iii) ۲ (iv) ۶ (v) ۴ (vi) ۷

مرانج سنتی میٹر 17.6 سنتی میٹر (i)

مرانج سنتی میٹر 30.8 سنتی میٹر (ii)

مرانج سنتی میٹر 346.5 سنتی میٹر (iii)

مرانج سنتی میٹر 346.5 سنتی میٹر (iv)

مرانج سنتی میٹر 40.86 سنتی میٹر (v)

کعب سنتی میٹر 9240 سنتی میٹر (i)

کعب سنتی میٹر 3850 سنتی میٹر (ii)

کعب سنتی میٹر 6600 سنتی میٹر (iii)

کعب سنتی میٹر 603.43 سنتی میٹر (iv)

مرانج 188 رہے میٹر 2640 (v)

کعب میٹر 29172 سنتی میٹر 251.43 (vi)

کعب میٹر 11550 رہے 169785 (vii)

### مختلط

نمبر	سچے	متواری	مختلط
356—428	//		2
429—501	/		1
502—574	///		3
575—647	//		2
648—720	///		4

نمبر	سچے	متواری	مختلط
551—650	/// /		6
651—750	/// //		9
751—850	##		5



### مختلط

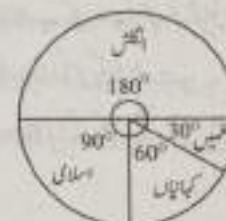
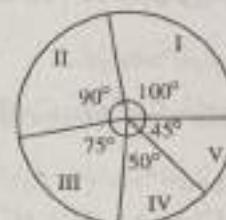
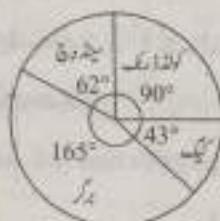
(v) دو طریقہ جس میں تم بھل میں رکن کو ظاہر کرنے کے لئے  
ٹیکی کے تکان استعمال کرتے ہیں اسے ملے مارک کہلاتے  
ہیں۔ اس میں ہم مارک کی گرد کے رکان کی تعداد کے  
مطابق لکھتے ہیں۔

معلوماتی مادہ (i) بے ترتیب  
ٹیکی مارک لگانا (ii) فرکونی  
پرکوس (v) (iv) پانی گراف  
(vii)

بے (iv) بے (iii) ن (ii) ن (i)

رکن	مادہ	تعداد
1 — 10	### //	7
11 — 20	### ### /	11
21 — 30	### ####	9
31 — 40	### #### /	11
41 — 50	###	3

رکن	مادہ	تعداد
8 — 22	##	5
23 — 37	### /	6
38 — 52	###	5
53 — 67	###	5
68 — 82	###	5
83 — 97	####	4



### اعداد مشتمل 13

(i) انحرافی معلومات یا مادہ کو گردہ ہوں یا جامعہ میں جسم کر  
کے کوئی خاص ترتیب دی جائے تو یہ گروہی مادہ کہلاتا ہے۔

(ii) معلوماتی مادہ کا ہر گروہ تمامی وقایتی گہرا ہے۔ ہر وہ  
گروہ میں موجود تمام ارکان کو ظاہر کرتا ہے۔

(iii) اعداد و شمار کو دائرے کے سکھری کی مثل میں ظاہر کرنا پالی  
گراف کہلاتا ہے۔

(iv) چھوٹی ترین مقدار - بڑی ترین مقدار  
وقایوں کی تعداد

# فرہنگ (Glossary)

**جتنی مکوس (Additive inverse):** دو ایسے اعداد جن کا حاصل جمع تہذیل نہیں ہوتا۔

**(Associative property of Intersection):** قاطع کی خاصیت تلازم

تمن سٹوں A, B اور C کے تقابل میں خاصیت تلازم پائی جاتی ہے  
یعنی

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

**(Associative property of Union):** جو نین کی خاصیت تلازم

تمن سٹوں A, B اور C کے جو نین میں خاصیت تلازم پائی جاتی ہے  
یعنی

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

**اساس (Base):** جب کسی عدد کو توت ستمی حلکل میں لکھا جائے تو  
ضرب کھاتے والا عدد اساس کہلاتا ہے۔

**دروتی (Binomial):** لئی کثیر رتی جس میں دو رقم ہوں، وہ رتی  
کہلاتی ہے۔

$$3x^2 + 6x - 5$$

**دائرے (Chord):** دائرے کے دو نقطوں کو ملانے والا قطعہ خط ہر کہلاتا ہے۔

**دائرہ (Circle):** دائرہ کسی مستوی پر واقع ایسے لحاظ کا سیٹ ہے  
جو ایک خاص نقطے بھی دائرے کے مرکز سے برابر فاصلے پر موجود  
ہوتے ہیں۔

**محیط (Circumference):** دائرے کی بند قوس کی پیمائش اس  
کا محیط ہوتا ہے۔

**جائزی وقف (Class Interval):** گروہی مواد میں ہر گروہ جائزی  
وقف بھی کہلاتا ہے۔

**جتنی مکوس (Additive inverse):** دو ایسے اعداد جن کا حاصل  
جمع صفر ہو ایک دوسرے کے جتنی مکوس کہلاتے ہیں۔

**(Adjacent angles):** ایسے زاویے جن میں راس  
اور ایک بازو مشترک ہوں متصلاً اور یہ کہلاتے ہیں۔

**الجبری جمل (Algebraic expression):** ایسے مسئلقات  
اور مختصرات کا جمود جو تینا دی عوامل کی علامتوں سے بڑے ہوں،  
الجبری جمل کہلاتا ہے۔

**الجبری تجزی (Algebraic factorization):** الجبری جملے کو دو یا  
دو سے زیادہ ایسے الجبری جملوں کی ضرب کے طور پر لکھنا جن  
پر الجبری جملے عمل تقسیم ہوتا ہو، الجبری تجزی کہلاتا ہے۔

**الجبری کلیہ (Algebraic identity):** ایک الجبری مساوات جو  
اس میں دو یہ گے قطع کے مطابق مختصرات کی تمام قسم کے لیے  
درست ہو الجبری کلیہ کہلاتا ہے۔

**الجبری رقم (Algebraic terms):** الجبری جملے کے وہ حصے  
جو ۱ اور  $-1$  کی علامات سے الگ کیے گئے ہوں الجبری رقم کہلاتے  
ہیں۔

**زاویہ (Angle):** مشترک نقطہ آغاز والی دو شعاعوں کے میانے  
زاویہ ہتھا ہے۔

**قوس (Arc):** دائرے کے محیط کا ایک حصہ  
رقبہ (Area): کسی حلکل کے اندر ملک جا کر جوں کی تعداد رہی ہوئی ہے۔

**دائرے کا رقبہ (Area of a circle):** کسی دائرے کی علاقت کا رقبہ  
اس دائرے کے محیط کے اندر ملک جا کر جوں کی تعداد ہوئی ہے۔

**جمع اور ضرب کی خاصیت تلازم**

**(Associative properties of addition and multiplication):**

جمع اور ضرب کی خاصیت مبادلہ

(Commutative properties of addition and multiplication):

ہاتھ اندوگی ترتیب بدلتے سے ان کے حاصل جمع یا حاصل ضرب میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

سینوں کے قطع کی خاصیت مبادلہ

(Commutative property over intersection of sets):

سینوں کے قطع میں خاصیت مبادلہ پائی جاتی ہے۔

$$A \cap B = B \cap A$$

سینوں کے یونین کی خاصیت مبادلہ

(Commutative property over union of sets):

سینوں کے یونین میں خاصیت مبادلہ پائی جاتی ہے۔

$$A \cup B = B \cup A$$

پسکا کمplement (Complement of a set):

حاصل تفریق کا سیٹ  $U \setminus B$  یا  $B^c$ ، سیٹ  $B$  کا کمplement کہلاتا ہے۔ یہ  $B^c$  سے ظاہر کرتے ہیں اور اس کو "B کمplement" پڑھاتا ہے۔

کمplementی زاویے (Complementary angles): اگر دو زاویوں کی ڈگری کا مجموعہ  $90^\circ$  ہو تو وہ دونوں زاویے کمplementی زاویے کہلاتے ہیں۔

مثقل (Constant): اسی عالمت جس کی کوئی بخوبی قیمت ہو مثقل کہلاتی ہے۔

سلسل تبیت (Continued Ratio): تین مقداروں والی دو تہتوں کا مرکب سلسل نسبت کہلاتا ہے۔

متاثل افکال (Congruent figures): رو چوں میز یا کل افکال

متاثل کہلاتی ہیں جب ان کی جماعت اور مشتمل یکساں ہوں۔ وہ مختلف افکال کی مشتمل یکساں ہو مگر جماعت مختلف ہو تو وہ هم مشتمل ہوں گی لہ کہ متاثل۔

متاثل قطعات (Congruent line segments): ایسے

قطعات خط جن کی لمبائی یکساں ہو مگر اس قطعات خط کہلاتے ہیں۔

سلندر (Cylinder): ایک سلنڈر تین ہموار طبوں پر مشتمل ہوتا ہے۔

بھی کسی خاص رہاں کے دو دوائرے اور ایک مخفی سطح

$$\text{سلنڈر کی سطح کا رقبہ} = 2\pi r(h+r)$$

$$\text{سلنڈر کا حجم} = \pi r^2 h$$

معلوماتی مواد (Data): معلوماتی مواد سے مراد ایسے معلوماتی گروہ

ہیں جو عموماً پیمائشوں اور تجربات و مشابہات کے نتیجے میں حاصل

ہوتے ہیں۔

کسر اعشاریہ (Decimal): ایسا عدد جس میں نقطہ اعشاریہ "و" موجود ہو

کسر اعشاریہ کہلاتا ہے۔

ڈگری (Degree): ڈگری وہ کافی ہے جس کی حد سے زاویوں کی

یکش کی جاتی ہے۔

قطر (Diameter): ایسا قطعہ خط جو دوائرے کے مرکز سے گزرتا ہے۔

ہوا رہاں کے کنارے پر واقع دو نقطوں کو پچھوئے قطر کہلاتا ہے۔

تباہ راست (Direct Proportion): دو چیزوں میں ایسا

تعلق جس میں ایک کے بڑھنے پا کم ہونے سے دوسری چیز بھی اسی

نسبت سے بڑھنے پا کم ہو، تباہ راست کہلاتا ہے۔

عاید طریقہ (Descriptive form): اگر کسی سیٹ کو ایک یا ان

یا چند کی صورت میں لکھا جائے تو یہ اس کا یادی طریقہ کہلاتا ہے۔

دو سینوں کا فرق (Difference of two sets):

دو سینوں کے ان ارکان پر مشتمل سیٹ ہوتا ہے جو سینوں B کے ارکان نہ

ہوں۔ اسے  $B - A$  یا  $A - B$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

لیے مشترک ہے (Disjoint sets) اور  $A \cap B = \emptyset$  غیر مشترک  
سیت کہلائیں گے اگر ان میں کوئی رکن مشترک نہ ہو۔

مساویات (Equation) ریاضی کا وہ فن ہے جو دو جملوں میں برابری  
کو ظاہر کرے مساوات کہلاتے ہے۔

(Identity properties of addition and  
multiplication) کسی بھی عدد  $p$  اور  $0$  کا حاصل ہے  $p+0=p$  ہے۔

اور کسی بھی عدد  $p$  کا حاصل ضرب  $p \cdot 1=p$  ہے۔

شیئوں کا اتحاد (Intersection of sets) رو سیٹوں  $A$  اور  $B$  کا اتحاد ایسا سیت ہوتا ہے جس میں سیت  $A$  اور  $B$  کے تمام  
مشترک ارکان موجود ہوں۔

متاثل الساقین مثلث (Isosceles triangle) متماثل  
الساقین مثلث اسکی مثلث ہے جس کے دو اضلاع برابر ہوں اور  
قاعدے کے زاویے متماثل ہوں۔

تاریخ میں ایسا تعلق جس میں  
ایک مقدار کے پڑھنے سے دوسرا مقدار اسی نسبت سے کم ہو، یا اس  
کے برعکس، تو یہ تعلق تاریخ میں کہلاتا ہے۔

ایک چیز کی درجی مساوات (Linear equation in one variable)  
ایسی مساوات جس میں صرف ایک متغیر ہو اور اس کا  
نہ سے بڑا وقت نہ ہو، ایک خیروالی یک درجی مساوات  
کہلاتی ہے۔

لیے سندی لکھنے (Literals) حروف یا حروف تجھیں جنہیں ہم معلوم  
مقداروں یا اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں  
غیر عددی قسمیں کہلاتی ہیں۔

نیکی علاقوں کا حد (Lower class limit) کسی جماعتی وققی کی  
بہ سے پچھلی مقدار زیریں جماعتی حد کہلاتی ہے۔

قوس کبر (Major arc) دائرے کے حصے سے بڑی

حصہ ایجاد شئٹ (Equilateral triangle) اسکی  
مثلث کے تمام اضلاع اور تمام زاویے متماثل ہوں، متماثل  
الاضلاع مثلث کہلاتی ہے۔

مساوی (Equivalent) اعداد یا چیزوں جو ایک ہی مقدار کو ظاہر کریں  
مساوی اوتی ہیں۔

وقت نما سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ کسی عدد  
(Exponent) کو کتنی بار اپنے آپ سے ضرب ہی جائے۔

فرکنٹی (Frequency) کسی جماعتی وققی میں شامل مقداروں کی  
اعداد اس کی فرکنٹی کہلاتی ہے۔

جوری (Geometry) نقطہ، خطوط، مستویوں اور ٹوکوں کا مطالعہ  
جویں بھروسی کہلاتا ہے۔

جزل میلزی (General sales tax) جو فریدار کی چیز  
کی فریداری کے وقت ادا کرتے ہے جزل میلزی کہلاتا ہے۔

گراف (Graph) معلومات کو تصویری طرح میں ظاہر کرنا گراف  
کہلاتا ہے۔

اویجی یا ارتفاع (Height) مثلث یا متوالی اضلاع کی  
اویجی یا ارتفاع سے مراد کسی راس سے قاعدے پر عمود ہے۔

اپنے (Hypotenuse) کسی قائم زاویہ مثلث کا سب سے بڑا ضلع  
ہوتا ہے۔ یہ قائم زاویے کے سامنے والا ضلع ہوتا ہے۔

اتصال کا ذاتی خص (Identity property of  
intersection) پر محدود سیت لاتصال کا ذاتی خص کہلاتا ہے  
(Lower class limit)

$A \cap U = A$ ۔

قطعات کی مدد سے ظاہر کرنا پائی گر اف کہلاتا ہے۔

**پولینومیل (Polynomial):** ایں الجبری جملہ جس میں تمام حیثیات کے قوتوں ناممکن اعداد وہیں کثیر ریجی کہلاتا ہے۔

**درخ اسٹ (Profit):** کسی چیز کی فروخت کے بعد ہونے والی کمائی لفظ امنافی کہلاتی ہے۔

**پرپرٹی ٹکس (Property tax):** جانیداد پر صول کیا جاتے والا یہیں پر اپریٹی ٹکس کہلاتا ہے۔

**کارپ (Proportion):** دو جمیتوں میں برابری کو تاب کہتے ہیں۔

**ریوس (Radius):** دائرے کے مرکز اور دائرے پر واقع کسی نقطے کا درمیانی فاصلہ ریوس کہلاتا ہے۔

**ریش اند اگ (Rational numbers):** ایسا عدد ہے جو  $\frac{p}{q}$  کی شکل میں ظاہر کیا جاسکے حقیقی عدد کہلاتا ہے بشرطیکہ  $p$  اور  $q$  صحیح اعداد ہوں اور  $q \neq 0$  ہو۔

**چوتھا اجزاء مثلث (Right triangle):** ایسی مثلث جس کا ایک زاویہ 90° ہو قائمہ الزاویہ مثلث کہلاتی ہے۔

**دائرے کا قطعہ (Segment of a circle):** دائرے کا قطعہ دائرے کا ایسا حصہ ہوتا ہے جو کسی وتر کے ساتھ ساتھ کا ہے اگر ہو۔

**نصف دائرہ (Semicircle):** کسی دائرے کو اس کے قطر کے ساتھ ساتھ کا نئے سے دو حصے دائرے یا نیم دائرے حاصل ہوتے ہیں۔

**رنجیت ساز (Set builder form):** اگر کسی سیٹ کو اس کے اراکان میں موجود کسی مشترک خاصیت کی مدد سے بیان کیا جائے تو اسے رنجیت ساز کہتے ہیں۔

**ہم اکال (Similar figures):** ایسی اکال جن کی شکل ایک سمجھی ہو مگر ان گی جماعت لازمی طور پر یہاں نہ ہو نہم قابل اکال کہلاتی ہیں۔ اکال میں بیکمانیت کو "—" کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

قوس (Arc) کبھی کہلاتی ہے۔ اسے تین خلاط سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسکا اپ (Arc) قیمت فردیت معلوم کرنے کے لیے کسی جگہ کی لگت پر کیا کیا اضافی اکال اپ کہلاتا ہے۔

**قوس صفحہ (Minor arc):** صفحہ دائرے سے چھوٹی قوس، قوی صفحہ کہلاتی ہے۔ اسے دو احتامی خلاط سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

**یکی کیٹھری جس (Monomial):** اسی کیٹھری جس میں صرف ایک رقم ہو یہک دن کہلاتی ہے مثلاً  $5x^2y^3z^4$  وغیرہ یہک رقمیں ہیں۔

**مرپی مکوس (Multiplicative inverse):** کسی عدد کا مکوس اس کا ضربی مکوس ہوتا ہے۔

**نیگیٹیو انپوزنٹ (Negative exponent):** کسی عدد کا صفر سے چھوٹا قوت نامنیقی قوت نام کہلاتا ہے۔

**تیرنگتم کر اعشاریہ (Non-terminating decimals):** اسی کسر اعشاریہ جس میں انتظامی اعشاریہ کے بعد بندوں کی تعداد محدود نہ ہو غیرنگتم کر اعشاریہ کہلاتی ہے۔

**حرکاب سیٹ (Overlapping sets):** سیٹ A اور B ہر کاب سیٹ ہوں گے اگر ان دونوں میں کم از کم ایک رکن مشترک ہو۔

**متوازی الاضلاع (Parallel quadrilaterals):** متوازی الاضلاع اسی چکور ہے جس میں دو اضلاع متوازی ہوتے ہیں اور ان کے مقابلے اضلاع متماثل ہوتے ہیں۔

**کمل مرلن (Perfect squares):** ایک تدریجی عدد کا مکمل مرلن کہلاتا ہے اگر یہ کسی اور رقمیتی عدد کا مرلن ہو۔

**پیڈی (PDI):** دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان نسبت پائی کہلاتی ہے جسے یونانی حرف  $\pi$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس کی قیمت تریا 3.14 ہے۔

**پیلی گراف (Pie graph):** عددی معلومات کو دائرے کے الگ الگ

**مساوات کا حل** (Solution of an equation): کسی تغیری اسی قیمت جس سے مساوات درست فتح رہیں جائے مساوات کا حل کہلاتی ہے۔

**سینڈ (Speed)**: اکالی وقت میں طے کردہ فاصلے کو سینڈ کہتے ہیں۔

**جذر المربع (Square roots)**: اگر  $x$  ایسا عدد ہو جسے  $y = x$  کی شکل میں لکھا جاسکے تو  $x$ ,  $y$  کا مربع کہلاتا ہے اور زندگی میں خود  $x$  کا جذہ رامربع کہلاتا ہے۔

**مرکب (Square)**: کسی عدد کو خود ایسے عدد سے ضرب دینے پر حاصل ضرب مربع کہلاتا ہے۔

**پلیmentry زاویے (Supplementary angles)**: اگر دو زاویوں کی مجموعہ  $180^\circ$  ہو تو وہ پلیmentry زاویے کہلاتے ہیں۔

**اندراتی طریقہ (Tabular form)**: سیٹ کے تمام ارکان کو درمیانی بریکنوں  $A$  کے اندر لکھتا اور ارکان کو واو، "،" کی مدد سے الگ کرنا اندراتی طریقہ یا درس فارم کہلاتی ہے۔

**ٹکس (Tax)**: ٹکس وہ مخصوص فیس ہے جو حکومت اپنے معاملات چلانے کے لیے ہوا میں دھول کرتی ہے۔

**مختتم کسر اعشاریہ (Terminating decimal)**: ایسی کسر اعشاریہ جس میں اعشاریہ کے بعد ہندسوں کی تعداد محدود ہو جو مختتم کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔

**وقت (Time)**: وہ اوقات کے درمیانی وقفہ کو وقت کہتے ہیں۔

**مثلث (Triangle)**: مثلث ایسی کثیر الاضلاع شکل ہے جس کے تین اضلاع اور تین راس ہوتے ہیں اور اس کے اندر وہی زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہوتا ہے۔

**سینڈی (Trinomial)**: ایسی کثیر جی جس میں تین رسمی ہوں سر جی کہلاتی ہے مثل  $5a^2 + 3b + c$ ,  $x^2 + 3x + 2a$  وغیرہ۔

رقیماں ہیں۔

**غیر گروہی مواد (Ungrouped data)**: مواد غیر مغلظہ حالات میں اکٹھا کیا جاتا ہے اور یہ تین افراد کے بارے میں معلومات فراہم کر رہے۔ مواد اس شکل میں غیر گروہی مواد کہلاتا ہے۔

**بالائی جماعتی حد (Upper class limit)**: کسی جماعتی وقفہ میں سب سے بڑی مقدار بالائی جماعتی حد کہلاتی ہے۔

**دو سیٹوں کا یونین (Union of two sets)**: دو سیٹوں  $A$  اور  $B$  کا یونین ایسا سیٹ ہوتا ہے جس میں  $A$  اور  $B$  دونوں سیٹوں کے تمام ارکان شامل ہوتے ہیں۔ دونوں سیٹوں کے یونین کی علامت  $A \cup B$  ہے جس کے "A" یونین "B" پڑتے ہیں۔

**یونیورسال سیٹ (Universal set)**: ایسا سیٹ جو زیر خور سیٹوں کے تمام ارکان پر مشتمل ہو، یونیورسال سیٹ کہلاتا ہے۔

**غش (Ushir)**: غش کا مطلب ہے "دوں حصہ" یہ رسمی پیداوار پر عائد ہوتا ہے۔

**غیر (Variable)**: ایسی علامت ہے کسی غیر عددی قیمت سے ظاہر کیا جائے اور اس کی متعدد عددی قیمتیں ممکن ہوں جو غیر کہلاتا ہے۔

**وین اینگرام (Venn diagram)**: وین ڈائیگرام ایسی ڈائیگرام ہے جو سیٹوں کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتی ہے۔

**راسی زاویے (Vertically opposite angles)**: (Vertical opposite angles): زاویوں کا وہ جو رأسی کہاتا ہے جو دو قاطع خطوط سے بننے اور مختصر ہو۔ ایسے زاویے پیمائش میں برابر ہوتے ہیں۔

**زکوٰۃ (Zakat)**: زکوٰۃ اسلام کے 5 بیاناتی ارکان میں سے ایک رکن ہے۔ جس کا نفاذ کسی مسلمان کے پاس پورا اسال رہ جاتے والی دولت پر ہوتا ہے۔ اسلام نے اس کی شرع 2.5% رکھی ہے۔

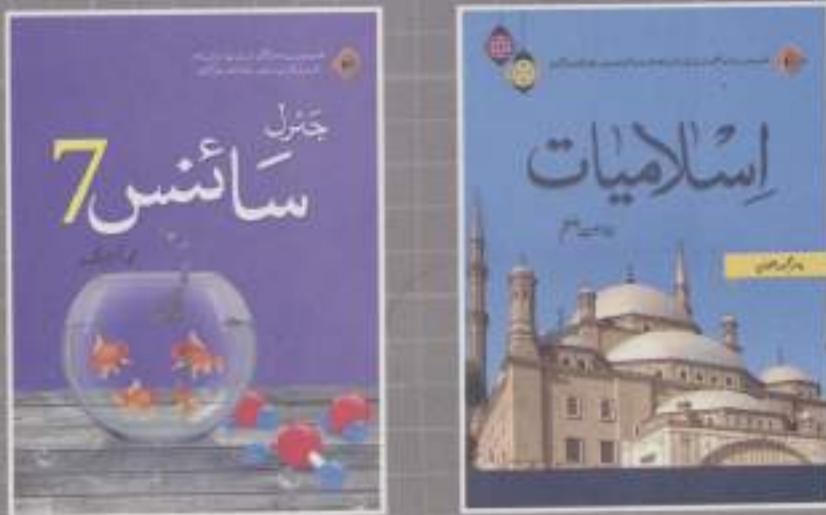


چھوٹے بہن بھائیوں پر تشدیں کرنا چاہیے۔



گھر کو صاف سترار کھنے میں بڑوں کی مدد کریں۔

بملحق این گھر پبلشرز 11- آرڈو بار ارڈا ہو رکھوڑا ہے۔ یہ کتاب ہنگام احتراقی بحال مراں نمبر PCA/12/121  
موافق 27-11-2012 کے تحت منتظر شدہ ہے جو قومی انصاب 2006 میتوں کے وہ ملکوں کے وہ قومی وزارت تعلیم (شعبہ انصاب) اسلام آباد  
پاکستان کے میں مطابق ہے۔ حکومت ہنگام نے تمام برکاری مکالوں کے لیے واحد انسانی کتاب کے طور پر اس کتاب کو منتخب کیا ہے۔



## گھر پبلشرز

11 - آرڈو بار ارڈا، لاہور	سلام آباد	سکھر
0321-42102000	042-52102000	042-52102000
0321-42102001	042-52102001	042-52102001
0321-42102002	042-52102002	042-52102002
0321-42102003	042-52102003	042-52102003
www.gharpebisherz.com	www.salamabadi.com	www.sakher.com